RELACIÓN DE EJERCICIOS (Curso 2019-2020)

EJERCICIO 1

Se considera la función $f(x) = -x^2 + 6x + c$.

1. Calcule el valor del parámetro c para que la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 4$ pase por el punto $(0, 11)$.
2. Calcule el área de la región acotada limitada por las gráficas de $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ y $g(x) = 5 - x$.

EJERCICIO 2

Se considera la función dada por $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si} \quad x < -1 \\ x^2 + x + 1 & \text{si} \quad x \geq -1 \end{cases}$

1. Estudie la derivabilidad de la función f.
2. Calcule $\displaystyle\int_{-2}^{4} f(x)dx$.

EJERCICIO 3

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{x-1} & \text{si} \quad x < 0 \\ -2x^2 + 3x + 2 & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$

1. Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f.
2. Analice la monotonía y determine los extremos relativos de f.
3. Calcule el área de la región limitada por la gráfica de f y el eje OX en el intervalo $[0,\ 2]$

EJERCICIO 4

Dadas las funciones $f(x) = -x^2 + 3x + 2$ y $g(x) = 2x^2 - 6x - 10$,

1. Calcule los puntos de corte de las gráficas de f y g.
2. Calcule el área de la región acotada delimitada por las dos gráficas.

EJERCICIO 5

Se considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + a & \text{si} \quad x \leq 1 \\ \dfrac{b}{x+1} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

1. Determine a y b para que f sea continua y derivable en $\mathbb{R}$.
2. Para $a = 2$ y $b = 4$, represente gráficamente f.
3. Para $a = 2$ y $b = 4$, calcule el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = 1$.

EJERCICIO 6

Se consideran las funciones f y g, definidas en $\mathbb{R}$ de la siguiente forma:

$$f(x) = x^2 \qquad\qquad g(x) = 4 - x^2$$

1. Calcule los puntos de corte de las gráficas de f y g
2. Represente sobre un mismo sistema de coordenadas cartesianas las gráficas de f y g y calcule el área de la región del plano delimitada por las gráficas de ambas funciones.

EJERCICIO 7

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x + a & \text{si} \quad x < 1 \\ x^2 - 2 & \text{si} \quad 1 \le x \le 3 \\ x + b & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$

1. Determine los valores de a y b para que la función sea continua en $\mathbb{R}$.
2. Para $a = -2$ y $b = 4$, calcule $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,dx$

EJERCICIO 8

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 2x^2 + 4 & \text{si} \quad x \le 1 \\ x^2 + 3 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

1. Estudie la continuidad y derivabilidad de f.
2. Calcule el máximo y el mínimo de f en el intervalo $[-1,\ 1]$.
3. Calcule el área de la región limitada por la gráfica de f y el eje de abscisas en el intervalo $[0,\ 2]$.

EJERCICIO 9

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{-3}{x+1} & \text{si} \quad x < 0 \\ -x^2 + 4x & \text{si} \quad x \ge 0 \end{cases}$

1. Estudie la continuidad y derivabilidad de f.
2. Estudie la monotonía y calcule la abscisa de los extremos relativos.
3. Calcule el área de la región limitada por la gráfica de $g(x) = -x^2 + 4x$ y el eje OX.

EJERCICIO 10

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2x - x^2 - 3 & \text{si} \quad x < 0 \\ \dfrac{3}{x-1} & \text{si} \quad x \ge 0 \end{cases}$

1. Compruebe que f es continua en $x = 0$. ¿Es derivable en $x = 0$?
2. Calcule el área de la región limitada por la gráfica de $f(x)$, las rectas $x = -1$, $x = 1/2$ y el eje OX.

EJERCICIO 11

Una empresa conoce que el gasto instantáneo de combustible que le genera una de sus máquinas viene dado por la expresión

$$f(x) = x \cdot (x-5) \cdot (x-7), \;\; x \in [0,\ 5]$$

donde x viene dado en horas.

1. Calcule para qué valor de x se tiene que f alcanza un valor máximo.
2. Calcule el gasto total de combustible consumido.

EJERCICIO 12

Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 8x + 16$ y $g(x) = x - 2$, se pide:

1. Represente ambas funciones en los mismos ejes coordenados.
2. Determine los puntos de corte entre las gráficas de ambas funciones.
3. Calcule el área delimitada por las gráficas de ambas funciones.

EJERCICIO 13

De la función $C(q)$ que representa los costes de producción de una empresa, en miles de euros, en función de la cantidad fabricada q, en miles de kilogramos, se sabe que su derivada viene dada por $C'(q) = 60q^2 - 80q + 35$. Se pide:

1. Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $C(q)$ y esboce la gráfica de la función $C'(q)$ en el intervalo $(0,\ 1.5)$.
2. Obtenga los intervalos de concavidad y convexidad de la función de costes $C(q)$
3. ¿Cuál es el coste adicional que debe asumir la empresa si decide pasar de fabricar 1000 kg a fabricar 1500 kg?

EJERCICIO 14

La temperatura en el interior de un horno de cerámica viene dada por la función

$$f(t) = -t^2 + 4t + 5, \text{ con } t \in [0,\ 5]$$

donde t representa el tiempo en horas y $f(t)$ está expresada en cientos de $^\circ C$

1. Estudie la monotonía de f y calcule la temperatura máxima alcanzada.
2. Represente gráficamente $f(t)$.
3. Calcule $\displaystyle\int_0^5 f(t)\, dt$

EJERCICIO 15

Dada la función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$,

1. Estudie su monotonía y calcule sus extremos.
2. Represente gráficamente la función.
3. Obtenga su primitiva.
4. Calcule el área de la región acotada limitada por la gráfica de f y el eje de abscisas entre $x = 0$ y $x = 2$.

EJERCICIO 16

La función que mide la concentración plasmática de un fármaco en función del tiempo, medida en mg/l, viene dada por la expresión:

$$C(t) = \begin{cases} -t^2 + 4.5\,t & \text{si} \quad 0 \leq t \leq 4 \\ \dfrac{4}{t-2} & \text{si} \quad t > 4 \end{cases}$$

donde t es el tiempo transcurrido, en horas, después de administrar el fármaco.

1. Estudie la continuidad de la función $C(t)$.
2. ¿En qué momento se detecta la concentración máxima del fármaco en la sangre y cuál es dicha concentración?
3. Esboce la gráfica de $C(t)$.
4. Calcule el área bajo la curva de $C(t)$ entre las 0 horas y las 6 horas.

EJERCICIO 17

Se considera la función dada por $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si} \quad x < -1 \\ x^2 + x + 1 & \text{si} \quad x \geq -1 \end{cases}$

1. Estudie la monotonía de la función f.
2. Calcule el área de la figura limitada por la gráfica de f, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

EJERCICIO 18

Se considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} -5x - 10 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ -x^2 + 2x - 2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

1. Esboce la gráfica de f.
2. Calcule el área de la región limitada por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y la recta $x = 2$.

EJERCICIO 19

Dadas la parábola $f(x) = 3x^2$ y la recta $g(x) = -3x + 6$, se pide:

1. Represente sobre un mismo sistema de coordenadas cartesianas la gráfica de cada función.
2. Calcule el área del recinto plano limitado por las gráficas de f y g.

EJERCICIO 20

Calcule el área limitada por las gráficas de la función $f(x) = x^3 - 3x$ y de la recta $y = x$.