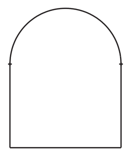
Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2010-2011	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Una ventana *normanda* consiste en un rectángulo coronado con un semicírculo.

De entre todas las ventanas *normandas* de perímetro 10 m, halla las dimensiones del marco de la de área máxima.



Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula el valor de $b > 0$, sabiendo que el área de la región comprendida entre la curva $y = \sqrt{x}$ y la recta $y = bx$ es de $\frac{4}{3}$ unidades cuadradas.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & -1 & \lambda \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) [1 punto] ¿Hay algún valor de λ para el que A no tiene inversa?

(b) [1'5 puntos] Para $\lambda = 1$, resuelve la ecuación matricial $A^{-1}XA = B$.

Ejercicio 4.- Dados los puntos $A(1, 0, 0)$, $B(0, 0, 1)$ y $P(1, -1, 1)$, y la recta r definida por $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

(a) [2 puntos] Halla los puntos de la recta r cuya distancia al punto P es de 3 unidades.

(b) [0'5 puntos] Calcula el área del triángulo ABP.

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f\colon \left[\frac{1}{\mathrm{e}}, 4\right] \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x - \ln(x) + a & \text{si } \frac{1}{\mathrm{e}} \le x \le 2 \\ bx + 1 - \ln(2) & \text{si } 2 < x \le 4 \end{cases}$$

donde ln denota la función logaritmo neperiano.

(a) **[1'25 puntos]** Calcula los valores de a y b para que f sea derivable en el intervalo $\left(\frac{1}{\mathrm{e}}, 4\right)$.

(b) **[1'25 puntos]** Para $a = 0$ y $b = \dfrac{1}{2}$ halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- **[2'5 puntos]** Sea $f\colon (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x(1 - \ln(x))$, donde ln denota la función logaritmo neperiano. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $P(1, 1)$.

Ejercicio 3.- Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & t+1 & t-1 \\ -2t-1 & 0 & t+3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

(a) **[1'75 puntos]** Calcula el rango de A según los diferentes valores de t.

(b) **[0'75 puntos]** Razona para qué valores de t el sistema homogéneo $AX = \mathbf{0}$ tiene más de una solución.

Ejercicio 4.- Dados el punto $P(1, 1, -1)$ y la recta r de ecuaciones $\left\{ \begin{array}{l} x + z = 1 \\ y + z = 0 \end{array} \right.$

(a) **[1 punto]** Halla la ecuación del plano que contiene a r y pasa por P.

(b) **[1'5 puntos]** Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación $y + z = 0$, que es perpendicular a r y pasa por P.

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Calcula la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8 y de área máxima.

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = x^2 - 2x$

(a) [0'75 puntos] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

(b) [1'75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & -1 \\ 1 & \alpha & -1 \\ -1 & -1 & \alpha \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) [1'75 puntos] Calcula el rango de A dependiendo de los valores de α.

(b) [0'75 puntos] Para $\alpha = 2$, resuelve la ecuación matricial $AX = B$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(-1, k, 3)$, $B(k+1, 0, 2)$, $C(1, 2, 0)$ y $D(2, 0, 1)$.

(a) [1'25 puntos] ¿Existe algún valor de k para el que los vectores $\vec{AB}$, $\vec{BC}$ y $\vec{CD}$ sean linealmente dependientes?

(b) [1'25 puntos] Calcula los valores de k para los que los puntos A, B, C y D forman un tetraedro de volumen 1.

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{3x^4+1}{x^3}$ para $x \neq 0$.

(a) **[1'25 puntos]** Estudia las asíntotas de la gráfica de la función.

(b) **[1'25 puntos]** Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Sean $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = -\dfrac{1}{4}x^2 + 4$ y $g(x) = x^2 - 1$

(a) **[0'75 puntos]** Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -2$.

(b) **[1'75 puntos]** Esboza el recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y la recta $y = x + 5$. Calcula el área de este recinto.

Ejercicio 3.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ -\alpha & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

(a) **[1'25 puntos]** Calcula los valores de α para los que la matriz inversa de A es $\dfrac{1}{12}A$.

(b) **[1'25 puntos]** Para $\alpha = -3$, determina la matriz X que verifica la ecuación $A^tX = B$, siendo A^t la matriz traspuesta de A.

Ejercicio 4.- Dados el plano π de ecuación $x+2y-z=0$ y la recta r de ecuaciones $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + y - 4z = -13 \end{cases}$

(a) **[0'75 puntos]** Halla el punto de intersección del plano π y la recta r.

(b) **[1'75 puntos]** Halla el punto simétrico del punto $Q(1,-2,3)$ respecto del plano π.

Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2010-2011	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Dada la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$, determina a, b y c sabiendo que su gráfica tiene un punto de inflexión en (1,0), y que la recta tangente en ese punto tiene por ecuación $y = -3x + 3$.

Ejercicio 2.- Sean $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por:

$$f(x) = 4 - 3|x| \qquad \text{y} \qquad g(x) = x^2$$

(a) [**1 punto**] Esboza las gráficas de f y g. Determina sus puntos de corte.

(b) [**1'5 puntos**] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Sean A y B dos matrices que verifican:

$$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad A - B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

(a) [**1 punto**] Halla las matrices $(A + B)(A - B)$ y $A^2 - B^2$.

(b) [**1'5 puntos**] Resuelve la ecuación matricial $XA - XB - (A + B)^t = 2I$, siendo I la matriz identidad de orden 2 y $(A + B)^t$ la matriz traspuesta de $A + B$.

Ejercicio 4.- Sea el punto $P(2, 3, -1)$ y la recta r dada por las ecuaciones $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

(a) [**1 punto**] Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por P.

(b) [**1'5 puntos**] Calcula la distancia del punto P a la recta r y determina el punto simétrico de P respecto de r.

Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2010-2011	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] En el primer cuadrante representamos un rectángulo de tal manera que tiene un vértice en el origen de coordenadas y el vértice opuesto en la parábola $y = -x^2 + 3$. Determina las dimensiones del rectángulo para que su área sea máxima.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos(x)dx$$

Ejercicio 3.- Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & \lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(a) [**1 punto**] Determina los valores de λ para los que la matriz $A - 2I$ tiene inversa, siendo I la matriz identidad de orden 3.

(b) [**1'5 puntos**] Para $\lambda = -2$, resuelve la ecuación matricial $AX = 2X + I$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Considera los planos π_1 y π_2 dados respectivamente por las ecuaciones

$$(x, y, z) = (-2, 0, 7) + \lambda(1, -2, 0) + \mu(0, 1, -1) \qquad \text{y} \qquad 2x + y - z + 5 = 0$$

Determina los puntos de la recta r definida por $x = y + 1 = \dfrac{z-1}{-3}$ que equidistan de π_1 y π_2.

Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2010-2011	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Queremos hacer junto a la carretera un cercado rectangular para unos caballos en una zona llana. Cada metro del lado del cercado que está junto a la carretera nos cuesta 100 euros, mientras que para el resto del cercado nos cuesta 10 euros el metro. ¿Cuáles son las dimensiones del prado de área máxima que podemos cercar con 3000 euros?

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula un número positivo a, menor que 2, para que el recinto limitado por la parábola de ecuación $y = \frac{1}{2}x^2$ y las dos rectas horizontales de ecuaciones $y = a$ e $y = 2$, tenga un área de $\frac{14}{3}$ unidades cuadradas.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & 2y & + & 4z & = & 4 \\ 2x & & & + & z & = & a \\ -3x & - & 3y & + & 3z & = & -3 \end{array}\right\}$$

(a) [1'75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro a.

(b) [0'75 puntos] Resuélvelo cuando sea posible.

Ejercicio 4.- Dada la recta r definida por $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = -z+3$ y la recta s definida por $\left\{\begin{array}{l} x = 1 \\ 2y - z = -2 \end{array}\right.$

(a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a r.

(b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r.

Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2010-2011	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] En una empresa los ingresos (en euros) dependen de la edad. Si la edad, x, es de 18 a 50 años, los ingresos vienen dados por la fórmula $-x^2 + 70x$, mientras que para edades iguales o superiores a 50 años los ingresos están determinados por la expresión,

$$\frac{400x}{x-30}$$

Calcula cuál es el máximo de los ingresos y a qué edad se alcanza.

Ejercicio 2.- Dada la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$

(a) [0'5 puntos] Prueba que las rectas $y = -x + 1$ e $y = 3x - 1$ son tangentes a su gráfica.

(b) [2 puntos] Halla el área del recinto limitado por la gráfica de f y las rectas mencionadas en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Demuestra que $A^2 + 2A = I$ y que $A^{-1} = A + 2I$, siendo I la matriz identidad de orden 2.

(b) [1'5 puntos] Calcula la matriz X que verifica la ecuación $A^2 + XA + 5A = 4I$.

Ejercicio 4.- Dada la recta r definida por $\dfrac{x+7}{2} = \dfrac{y-7}{-1} = z$ y la recta s definida por $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \\ z = \lambda \end{cases}$

(a) [1'75 puntos] Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a ambas.

(b) [0'75 puntos] Calcula la distancia entre r y s.

Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2010-2011	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Un alambre de 100 m de longitud se divide en dos trozos. Con uno de los trozos se construye un cuadrado y con el otro un rectángulo cuya base es doble que su altura. Calcula las longitudes de cada uno de los trozos con la condición de que la suma de las áreas de estas dos figuras sea mínima.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Determina la función $f\colon (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ tal que $f''(x) = \dfrac{1}{x}$ y su gráfica tiene tangente horizontal en el punto $P(1, 1)$.

Ejercicio 3.- Sean A y B dos matrices cuadradas de orden 3 cuyos determinantes son $|A| = \dfrac{1}{2}$ y $|B| = -2$. Halla:

(a) [0'5 puntos] $|A^3|$.

(b) [0'5 puntos] $|A^{-1}|$.

(c) [0'5 puntos] $|-2A|$.

(d) [0'5 puntos] $|AB^t|$, siendo B^t la matriz traspuesta de B.

(e) [0'5 puntos] El rango de B.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 0, 2)$ y $B(1, 2, -1)$.

(a) [1'25 puntos] Halla un punto C de la recta de ecuación $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{2} = z$ que verifica que el triángulo de vértices A, B y C tiene un ángulo recto en B.

(b) [1'25 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices A, B y D, donde D es el punto de corte del plano de ecuación $2x - y + 3z = 6$ con el eje OX.

Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2010-2011	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 4 - x^2$

(a) [**1 punto**] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

(b) [**1'5 puntos**] Determina el punto de la gráfica en el que la recta tangente es perpendicular a la recta $x + 2y - 2 = 0$.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Calcula:

$$\int \frac{x^3 + x^2}{x^2 + x - 2} dx$$

Ejercicio 3.- Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

(a) [**0'5 puntos**] Demuestra que se verifica la igualdad $A^3 = -I$, siendo I la matriz identidad de orden 3.

(b) [**1'25 puntos**] Justifica que A es invertible y halla su inversa.

(c) [**0'75 puntos**] Calcula razonadamente A^{100}.

Ejercicio 4.- [**2'5 puntos**] Considera los planos π_1, π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones

$$3x - y + z - 4 = 0, \qquad x - 2y + z - 1 = 0 \qquad \text{y} \qquad x + z - 4 = 0$$

Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(3, 1, -1)$, es paralela al plano π_1 y corta a la recta intersección de los planos π_2 y π_3.

Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2010-2011	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se desea construir un depósito cilíndrico cerrado de área total igual a 54 m^2. Determina el radio de la base y la altura del cilindro para que éste tenga volumen máximo.

Ejercicio 2.- Sea $f\colon (-1, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \ln(x+1)$, donde ln denota la función logaritmo neperiano.

(a) **[0'75 puntos]** Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, el eje OY y la recta $y = 1$. Calcula los puntos de corte de las gráficas.

(b) **[1'75 puntos]** Halla el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} -\lambda x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & \lambda y & + & z & = & 2 \\ \lambda x & + & y & + & z & = & 1 \end{array}\right\}$$

(a) **[1'75 puntos]** Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.

(b) **[0'75 puntos]** Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Determina el punto simétrico del punto $A(-3, 1, 6)$ respecto de la recta r de ecuaciones $x - 1 = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+1}{2}$

Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2010-2011	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f\colon [1,+\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \sqrt{x-1}$. Determina el punto P de la gráfica de f que se encuentra a menor distancia del punto $A(2,0)$. ¿Cuál es esa distancia?

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Halla:

$$\int \frac{\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^{2x}-1)(\mathrm{e}^x+1)}dx$$

Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = \mathrm{e}^x$.

Ejercicio 3.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} \lambda+1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

(a) [1'25 puntos] Determina los valores de λ para los que la matriz A^2+3A no tiene inversa.

(b) [1'25 puntos] Para $\lambda = 0$, halla la matriz X que verifica la ecuación $AX + A = 2I$, siendo I la matriz identidad de orden 2.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1,0,-1)$ y $B(2,1,0)$, y la recta r dada por $\left\{ \begin{array}{l} x+y=1 \\ x+z=2 \end{array} \right.$

(a) [1'75 puntos] Determina la ecuación del plano que es paralelo a r y pasa por A y B.

(b) [0'75 puntos] Determina si la recta que pasa por los puntos $P(1,2,1)$ y $Q(3,4,1)$ está contenida en dicho plano.
