

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$ donde \ln denota la función logaritmo neperiano.

- (a) [1'75 puntos] Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) en el intervalo $\left[\frac{1}{e}, e\right]$.
- (b) [0'75 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$.

Ejercicio 2.- Sean $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = \sin(x)$ y $g(x) = \cos(x)$ respectivamente.

- (a) [0'75 puntos] Realiza un esbozo de las gráficas de f y g en el intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
- (b) [1'75 puntos] Calcula el área total de los recintos limitados por ambas gráficas y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{2}$.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica $AXB = C^t$, siendo C^t la matriz traspuesta de C .

Ejercicio 4.- El punto $M(1, -1, 0)$ es el centro de un paralelogramo y $A(2, 1, -1)$ y $B(0, -2, 3)$ son dos vértices consecutivos del mismo.

- (a) [1 punto] Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.
 - (b) [1'5 puntos] Determina uno de los otros dos vértices y calcula el área de dicho paralelogramo.
-

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 2$.

- (a) [1 punto] Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f .
- (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- (c) [0'5 puntos] Calcula, si existe, algún punto de la gráfica de f donde ésta corta a la asíntota horizontal.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 \cos(x)$. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(\pi, 0)$.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} kx + 2y & = 3 \\ -x & + 2kz = -1 \\ 3x - y - 7z & = k + 1 \end{cases}$$

- (a) [1'75 puntos] Estudia el sistema para los distintos valores del parámetro k .
- (b) [0'75 puntos] Resuélvelo para $k = 1$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Calcula de manera razonada la distancia del eje OX a la recta r de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x - 3y & = 4 \\ 2x - 3y - z & = 0 \end{cases}$$

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f: [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 8 \ln(x)$ donde \ln denota la función logaritmo neperiano.

- (a) [0'75 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- (b) [1 punto] Calcula los extremos absolutos y relativos de la función f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- (c) [0'75 puntos] Estudia los intervalos de concavidad y de convexidad.

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 - 4x$

- (a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
- (b) [0'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y = -x - 2$, determinando los puntos de corte de ambas gráficas.
- (c) [1 punto] Calcula el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + (k+1)y + 2z = -1 \\ kx + y + z = 2 \\ x - 2y - z = k+1 \end{cases}$$

- (a) [1'75 puntos] Clasifícalo según los distintos valores de k .
- (b) [0'75 puntos] Resuélvelo para el caso $k = 2$.

Ejercicio 4.- Dadas las rectas $r \equiv \frac{x+3}{-6} = \frac{y-9}{4} = \frac{z-8}{4}$ y $s \equiv \frac{x-3}{3} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z-8}{-2}$

- (a) [1 punto] Determina la posición relativa de las rectas r y s .
 - (b) [1'5 puntos] Calcula la distancia entre r y s .
-

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x(x^2 - x + 1)$

- (a) [0'75 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (b) [1'25 puntos] Halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan), determinando si son máximos o mínimos.
- (c) [0'5 puntos] Determina las abscisas de los puntos de inflexión de la gráfica de f .

Ejercicio 2.- Sean $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = -x^2 + 4x$ respectivamente.

- (a) [0'75 puntos] Halla los puntos de corte de sus gráficas y realiza un esbozo del recinto que limitan.
- (b) [1'75 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Encuentra la matriz X que satisface la ecuación $XA + A^3B = A$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Los puntos $A(1, 1, 5)$ y $B(1, 1, 2)$ son vértices consecutivos de un rectángulo $ABCD$. El vértice C , consecutivo a B , está en la recta $x = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+1}{2}$. Determina los vértices C y D .

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función continua $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x + k & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^{x^2} - 1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- (a) [1'25 puntos] Calcula el valor de k .
- (b) [1'25 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 2.- Sea $I = \int_0^1 \frac{x}{1 + \sqrt{1-x}} dx$

- (a) [1'75 puntos] Expresa la integral I aplicando el cambio de variable $t = \sqrt{1-x}$
- (b) [0'75 puntos] Calcula el valor de I .

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones con dos incógnitas

$$\begin{cases} kx + 2y = 2 \\ 2x + ky = k \\ x - y = -1 \end{cases}$$

- (a) [0'5 puntos] Prueba que el sistema es compatible para cualquier valor del parámetro k .
- (b) [1 punto] Especifica para qué valores del parámetro k es determinado y para cuáles indeterminado.
- (c) [1 punto] Halla las soluciones en cada caso.

Ejercicio 4.- Sean los puntos $A(0, 0, 1)$, $B(1, 0, -1)$, $C(0, 1, -2)$ y $D(1, 2, 0)$.

- (a) [1 punto] Halla la ecuación del plano π determinado por los puntos A , B y C .
- (b) [0'5 puntos] Demuestra que los cuatro puntos no son coplanarios.
- (c) [1 punto] Calcula la distancia del punto D al plano π .

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función f definida por $f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}$ para $x \neq 1$.

- (a) [1'25 puntos] Estudia las asíntotas de la gráfica de la función f .
- (b) [1'25 puntos] Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{9-x^2}{4}$

- (a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
- (b) [1'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f , la recta $x+2y = 5$ y el eje de abscisas. Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones con tres incógnitas

$$\begin{cases} x - y & = \lambda \\ 2\lambda y + \lambda z & = \lambda \\ -x - y + \lambda z & = 0 \end{cases}$$

- (a) [1'25 puntos] Clasifícalo según los distintos valores del parámetro λ .
- (b) [1'25 puntos] Resuélvelo para $\lambda = 0$ y $\lambda = -1$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla el punto simétrico de $P(2, 1, -5)$ respecto de la recta r definida por

$$\begin{cases} x - z & = 0 \\ x + y + 2 & = 0 \end{cases}$$

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x(x - 2)$

- (a) [1 punto] Calcula las asíntotas de f .
- (b) [1 punto] Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- (c) [0'5 puntos] Determina, si existen, los puntos de inflexión de la gráfica de f .

Ejercicio 2.- Sea f una función continua en el intervalo $[2, 3]$ y F una función primitiva de f tal que $F(2) = 1$ y $F(3) = 2$. Calcula:

- (a) [0'75 puntos] $\int_2^3 f(x) dx$
- (b) [0'75 puntos] $\int_2^3 (5f(x) - 7) dx$
- (c) [1 punto] $\int_2^3 (F(x))^2 f(x) dx$

Ejercicio 3.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}$

- (a) [1 punto] ¿Para qué valores del parámetro k no existe la inversa de la matriz A ? Justifica la respuesta.
- (b) [1'5 puntos] Para $k = 0$, resuelve la ecuación matricial $(X + I) \cdot A = A^t$, donde I denota la matriz identidad y A^t la matriz traspuesta de A .

Ejercicio 4.- De un paralelogramo $ABCD$ conocemos tres vértices consecutivos: $A(2, -1, 0)$, $B(-2, 1, 0)$ y $C(0, 1, 2)$.

- (a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene.
- (b) [0'75 puntos] Halla el área de dicho paralelogramo.
- (c) [0'75 puntos] Calcula el vértice D .

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cdot \operatorname{sen}(x) - xe^x}{x^2}$ es finito, calcula el valor de a y el de dicho límite.

Ejercicio 2.- Sea la función f definida por $f(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 1$.

- (a) [1'25 puntos] Halla una primitiva de f .
- (b) [1'25 puntos] Calcula el valor de k para que el área del recinto limitado por el eje de abscisas y la gráfica de f en el intervalo $[2, k]$ sea $\ln(2)$, donde \ln denota el logaritmo neperiano.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + z = \lambda + 1 \\ 3y + 2z = 2\lambda + 3 \\ 3x + (\lambda - 1)y + z = \lambda \end{cases}$$

- (a) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.
- (b) [1 punto] Halla los valores de λ para los que el sistema tiene una única solución.
- (c) [0'5 puntos] ¿Existe algún valor de λ para el que el sistema admite la solución $\left(\frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2} \right)$?

Ejercicio 4.- Sean r y s las rectas dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x + y - z = 6 \\ x + z = 3 \end{cases} \quad s \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{6} = \frac{z}{2}$$

- (a) [1'25 puntos] Determina el punto de intersección de ambas rectas.
 - (b) [1'25 puntos] Calcula la ecuación general del plano que las contiene.
-

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Un alambre de longitud 2 metros se divide en dos trozos. Con el primero se forma un rectángulo cuya base es el doble de su altura y con el segundo trozo se forma un cuadrado. Calcula las longitudes de dichos trozos para que la suma de las áreas del rectángulo y el cuadrado resultantes sea mínima.

Ejercicio 2.- Se considera el recinto del plano situado en el primer cuadrante limitado por las rectas $y = 4x$, $y = 8 - 4x$ y la curva $y = 2x - x^2$.

- (a) [0'5 puntos] Realiza un esbozo de dicho recinto.
- (b) [2 puntos] Calcula su área.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + ky + 2z = k + 1 \\ x + 2y + kz = 3 \\ (k + 1)x + y + z = k + 2 \end{cases}$$

- (a) [1'25 puntos] Determina los valores de k para los que el sistema tiene más de una solución.
- (b) [0'5 puntos] ¿Existe algún valor de k para el cual el sistema no tiene solución?
- (c) [0'75 puntos] Resuelve el sistema para $k = 0$.

Ejercicio 4.- Se consideran los vectores $\vec{u} = (k, 1, 1)$, $\vec{v} = (2, 1, -2)$ y $\vec{w} = (1, 1, k)$, donde k es un número real.

- (a) [0'75 puntos] Determina los valores de k para los que \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} son linealmente dependientes.
- (b) [1 punto] Determina los valores de k para los que $\vec{u} + \vec{v}$ y $\vec{v} - \vec{w}$ son ortogonales.
- (c) [0'75 puntos] Para $k = -1$, determina aquellos vectores que son ortogonales a \vec{v} y \vec{w} y tienen módulo 1.

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(x^2 + 3x + 3) - x$ donde \ln denota la función logaritmo neperiano.

- (a) [1'5 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- (b) [1 punto] Determina la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -2$.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula los valores de a y b sabiendo que la función $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + b\ln(x)$, donde \ln denota la función logaritmo neperiano, tiene un extremo relativo en $x = 1$ y que

$$\int_1^4 f(x) dx = 27 - 8\ln(4)$$

Ejercicio 3.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, sea B la matriz que verifica que $AB = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$

- (a) [1 punto] Comprueba que las matrices A y B poseen inversas.
- (b) [1'5 puntos] Resuelve la ecuación matricial $A^{-1}X - B = BA$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Encuentra los puntos de la recta $r \equiv \frac{x-1}{4} = \frac{2-y}{2} = z-3$ cuya distancia al plano $\pi \equiv x - 2y + 2z = 1$ vale cuatro unidades.

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se considera la función derivable $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{a}{x-2} & \text{si } x < 1 \\ a + \frac{b}{\sqrt{x}} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Calcula los valores de a y b .

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (1 - x^2)e^{-x}$. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(-1, 0)$.

Ejercicio 3.- Un estudiante ha gastado 57 euros en una papelería por la compra de un libro, una calculadora y un estuche. Sabemos que el libro cuesta el doble que el total de la calculadora y el estuche juntos.

- (a) **[1'25 puntos]** ¿Es posible determinar de forma única el precio del libro? ¿Y el de la calculadora? Razona las respuestas.
- (b) **[1'25 puntos]** Si el precio del libro, la calculadora y el estuche hubieran sufrido un 50%, un 20% y un 25% de descuento respectivamente, el estudiante habría pagado un total de 34 euros. Calcula el precio de cada artículo.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Determina el punto P de la recta $r \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+4}{3}$ que equidista del origen de coordenadas y del punto $A(3, 2, 1)$.

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De entre todos los triángulos rectángulos de hipotenusa 10 unidades, determina las dimensiones del de área máxima.

Ejercicio 2.- Sean las funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \frac{x^2}{4}$ y $g(x) = 2\sqrt{x}$ respectivamente.

- (a) **[0'75 puntos]** Halla los puntos de corte de las gráficas de f y g . Realiza un esbozo del recinto que limitan.
- (b) **[1'75 puntos]** Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + kz = 1 \\ 2x + ky = 1 \\ y + 2z = k \end{cases}$$

- (a) **[1 punto]** Clasifica el sistema según los valores del parámetro k .
- (b) **[0'75 puntos]** Resuélvelo para $k = 1$.
- (c) **[0'75 puntos]** Resuélvelo para $k = -1$.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1, 0, 2)$ y la recta r dada por las ecuaciones $\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ y + 2z - 8 = 0 \end{cases}$

- (a) **[1 punto]** Calcula la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r .
- (b) **[1'5 puntos]** Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r .