

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD

Junio

MATEMÁTICAS II

CURSO 2017-2018

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Halla los coeficientes a , b y c sabiendo que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene en $x = 1$ un punto de derivada nula que no es extremo relativo y que la gráfica de f pasa por el punto $(1, 1)$.

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = |x^2 - 2x|$.

- a) [1,25 puntos] Esboza el recinto limitado por las gráficas de f y g y calcula los puntos de corte de dichas gráficas.
- b) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g .

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + 2y + (m+3)z = 3 \\ x + y + z = 3m \\ 2x + 4y + 3(m+1)z = 8 \end{cases}$$

- a) [1,75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro m .
- b) [0,75 puntos] Resuelve el sistema para $m = -2$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $P(1, 0, -1)$, $Q(2, 1, 1)$ y la recta r dada por

$$x - 5 = y = \frac{z + 2}{-2}$$

- a) [1,25 puntos] Determina el punto simétrico de P respecto de r .
- b) [1,25 puntos] Calcula el punto de r que equidista de P y Q .

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD

CURSO 2017-2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina $k \neq 0$ sabiendo que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 - kx^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{kx} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

es derivable.

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = -\frac{x^2}{4}$ y $g(x) = 3 - x^2$.

- a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$ y comprueba que también es tangente a la gráfica de g . Determina el punto de tangencia con la gráfica de g .
- b) [0,75 puntos] Esboza el recinto limitado por la recta $y = 4 - 2x$ y las gráficas de f y g . Calcula todos los puntos de corte entre las gráficas (y la recta).
- c) [0,75 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.-

a) [1,5 puntos] Justifica que es posible hacer un pago de 34,50 euros cumpliendo las siguientes restricciones:

- utilizando únicamente monedas de 50 céntimos de euro, de 1 euro y de 2 euros;
- se tienen que utilizar exactamente un total de 30 monedas;
- tiene que haber igual número de monedas de 1 euro como de 50 céntimos y 2 euros juntas.

¿De cuántas maneras y con cuántas monedas de cada tipo se puede hacer el pago?

b) [1 punto] Si se redondea la cantidad a pagar a 35 euros, justifica si es posible o no seguir haciendo el pago bajo las mismas condiciones que en el apartado anterior.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(2, -1, 3)$ y el plano π de ecuación $3x + 2y + z = 5$.

- a) [1,75 puntos] Calcula el punto simétrico de P respecto de π .
- b) [0,75 puntos] Calcula la distancia de P a π .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017-2018 Septiembre

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \operatorname{sen}(x)} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Determina a, b y c sabiendo que f es continua, alcanza un máximo relativo en $x = -1$ y la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -2$ tiene pendiente 2.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Considera la función f definida por $f(x) = ax \ln(x) - bx$ para $x > 0$ (\ln denota la función logaritmo neperiano). Determina a y b sabiendo que f tiene un extremo relativo en $x = 1$ y que

$$\int_1^2 f(x) dx = 8 \ln(2) - 9$$

Ejercicio 3.- Considera las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) **[0,75 puntos]** Determina, si existen, los valores de a, b y c para los que las matrices A y B conmutan.
- b) **[1 punto]** Calcula A^2, A^3, A^{2017} y A^{2018} .
- c) **[0,75 puntos]** Calcula, si existe, la matriz inversa de A .

Ejercicio 4.- Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ y - 2z = -1 \end{cases}$$

- a) **[1 punto]** Estudia y determina la posición relativa de r y s .
- b) **[1,5 puntos]** Calcula la distancia entre r y s .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017-2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función f definida por $f(x) = a \ln(x) + bx^2 + x$ para $x > 0$, donde \ln denota logaritmo neperiano.

- a) [1,5 puntos] Halla a y b sabiendo que f tiene extremos relativos en $x = 1$ y en $x = 2$.
- b) [1 punto] ¿Qué tipo de extremos tiene f en $x = 1$ y en $x = 2$?

Ejercicio 2.- Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^{-2x}$.

- a) [0,75 puntos] Determina el punto de la gráfica de f en el que la recta tangente es $y = -2ex$.
- b) [0,5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f , la recta $y = -2ex$ y el eje de ordenadas.
- c) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + mz = m^2 \\ y - z = m \\ x + my + z = m \end{cases}$$

- a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro m .
- b) [1 punto] Resuélvelo para $m = 1$. Para dicho valor de m , calcula, si es posible, una solución en la que $z = 2$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{m} = z \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x+nz = -2 \\ y-z = -3 \end{cases}$$

- a) [1,5 puntos] Halla los valores de m y n para los que r y s se cortan perpendicularmente.
- b) [1 punto] Para $m = 3$ y $n = 1$, calcula la ecuación general del plano que contiene a r y a s .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017-2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x) - x}{x - \operatorname{sen}(x)}$$

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = -x^2 - x + 3$ y $g(x) = |x|$.

- a) **[1,25 puntos]** Esboza el recinto limitado por las gráficas de f y g y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.
- b) **[1,25 puntos]** Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & 3 \\ x & y & z \end{pmatrix}$. Sabiendo que el determinante de M es 2, calcula los siguientes determinantes e indica las propiedades que utilices:

a) **[0,75 puntos]** El determinante de la matriz $5M^4$.

b) **[0,75 puntos]** $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{vmatrix}$ c) **[1 punto]** $\begin{vmatrix} 1 & x+6 & x \\ 2 & y & y \\ 3 & z+3 & z \end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por los puntos $A(3, 6, 7)$ y $B(7, 8, 3)$ y sea s la recta dada por

$$\begin{cases} x - 4y - z = -10 \\ 3x - 4y + z = -2 \end{cases}$$

- a) **[1,25 puntos]** Determina la posición relativa de r y s .
- b) **[1,25 puntos]** Calcula la distancia entre r y s .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017-2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se desea construir una caja sin tapadera de base cuadrada. El precio del material es de 18 euros/m² para los laterales y de 24 euros/m² para la base. Halla las dimensiones de la caja de mayor volumen que se puede construir si disponemos de 50 euros.

Ejercicio 2.- Se sabe que la función $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ \frac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si } x > 8 \end{cases}$$

es continua.

a) **[0,5 puntos]** Determina a .

b) **[2 puntos]** Para $a = 8$, calcula $\int_0^{10} f(x) dx$.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

a) **[0,75 puntos]** Halla, si existe, la inversa de A .

b) **[1,25 puntos]** Determina los valores de m tales que $(A - mI)$ tiene inversa (I es la matriz identidad).

c) **[0,5 puntos]** Calcula el rango de $(A - 2I)$.

Ejercicio 4.-

a) **[1,25 puntos]** Determina la ecuación del plano que pasa por el punto $A(0, 1, 0)$ y es perpendicular a la recta r dada por $x + 1 = \frac{y + 2}{2} = z - 1$.

b) **[1,25 puntos]** Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano de ecuación $2x + 3y + 4z = 12$ con los ejes coordenados.

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017-2018

MATEMÁTICAS II

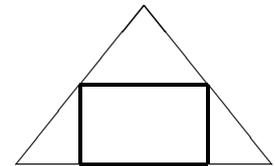
Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.-

[2,5 puntos] Considera un triángulo isósceles en el que el lado desigual mide 8 cm y la altura correspondiente mide 5 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en dicho triángulo (ver figura).



Ejercicio 2.- Siendo $a > 1$, considera el rectángulo de vértices $A(1, 0)$, $B(1, 1)$, $C(a, 1)$ y $D(a, 0)$. La gráfica de la función f definida por $f(x) = \frac{1}{x^2}$ para $x \neq 0$ divide al rectángulo anterior en dos recintos.

- a) **[0,5 puntos]** Haz un esbozo de la gráfica de f y del rectángulo descrito.
- b) **[2 puntos]** Determina el valor de a para el que los dos recintos descritos tienen igual área.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- a) **[1,5 puntos]** Discute el sistema dado por $AX = mX$ según los valores del parámetro m .
- b) **[0,5 puntos]** Da la solución del sistema en los casos en que es compatible determinado.
- c) **[0,5 puntos]** Para $m = 3$ resuelve el sistema y halla, si es posible, una solución en la que $x + y + z = 3$.

Ejercicio 4.- Se sabe que los puntos $A(-1, 2, 6)$ y $B(1, 4, -2)$ son simétricos respecto de un plano π .

- a) **[0,75 puntos]** Calcula la distancia de A a π .
- b) **[1,75 puntos]** Determina la ecuación general del plano π .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017-2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x + xe^{-x}$

- a) **[1,25 puntos]** Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f que es paralela a la recta $x - y + 1 = 0$.
- b) **[1,25 puntos]** Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_0^{\ln(2)} \frac{1}{1 + e^x} dx$ donde \ln denota logaritmo neperiano (sugerencia $t = e^x$).

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x - z & = & m \\ my + 3z & = & 1 \\ 4x + y - mz & = & 5 \end{cases}$$

- a) **[1,5 puntos]** Discútelo según los valores del parámetro m .
- b) **[1 punto]** Para $m = 1$ resuelve el sistema y encuentra, si es posible, una solución para la que sea $x = z$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$$

- a) **[1,75 puntos]** Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s .
- b) **[0,75 puntos]** Calcula la distancia entre las rectas dadas.

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017-2018

Junio Colisiones

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

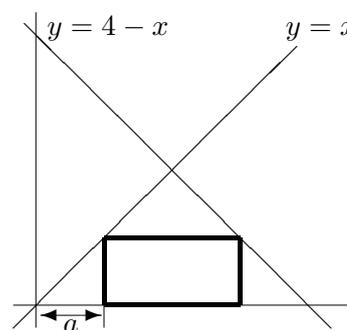
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.-

Se desea construir un rectángulo, como el de la figura, de área máxima. La base está situada sobre el eje OX , un vértice está en la recta $y = x$ y el otro, en la recta $y = 4 - x$. Se pide:

- a) [0,25 puntos] Halla la altura del rectángulo en función de a (ver la figura).
- b) [1 punto] Halla la base del rectángulo en función de a .
- c) [1,25 puntos] Encuentra el valor de a que hace máximo el área del rectángulo.



Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^{2-x}$.

- a) [0,75 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.
- b) [0,5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f , el eje de ordenadas y la recta $x + y = 3$.
- c) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto indicado.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \lambda \\ 2 & -\lambda & 1 \\ 2\lambda & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- a) [1,25 puntos] Discute el rango de A según los valores del parámetro λ .
- b) [1,25 puntos] Para $\lambda = -2$, estudia y resuelve el sistema dado por $AX = B$.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $x + 2y + z = 6$.

- a) [1 punto] Determina la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas.
- b) [0,5 puntos] Halla el punto simétrico del origen de coordenadas con respecto a π .
- c) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos de corte de π con los ejes de coordenadas.

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017-2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} -x e^{x-1} & \text{si } x \leq 0 \\ x e^{x-1} & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ x e^{1-x} & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

- a) **[1 punto]** Estudia la derivabilidad de f en $x = 0$ y en $x = 1$.
- b) **[1,5 puntos]** Estudia la existencia de asíntotas horizontales de la gráfica de f .

Ejercicio 2.- Considera la función $f : \left(-\frac{e}{2}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(2x+e)$, donde \ln denota logaritmo neperiano.

- a) **[0,75 puntos]** Haz un esbozo de la gráfica de f calculando sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- b) **[1,75 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y los ejes de coordenadas.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad D = (4 \ -5 \ 6).$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica que $A^2X - BA + X = CD$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv x - 2 = y - 2 = z \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 4 + t \\ z = mt \end{cases}$$

- a) **[1 punto]** Determina m para que r y s sean paralelas.
- b) **[0,5 puntos]** Halla, si existe, un valor de m para el que ambas rectas sean la misma.
- c) **[1 punto]** Para $m = 1$, calcula la ecuación del plano que contiene a r y a s .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017-2018

MATEMÁTICAS II

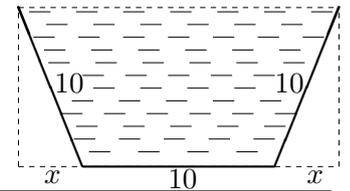
Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- Se desea construir una canaleta, para la recogida de agua, cuya sección es como la de la figura. La base y los costados deben medir 10 cm y se trata de darle la inclinación adecuada a los costados para obtener una sección de área máxima. Se pide:

- a) [0,25 puntos] Halla la altura de la canaleta en función de x (ver la figura).
- b) [0,75 puntos] Halla el área de la sección de la canaleta en función de x .
- c) [1,5 puntos] Encuentra el valor de x que hace máximo dicho área.



Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ y que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$ es $y = x + 2$.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = (1 \ 1 \ 2)$$

- a) [1 punto] Calcula A^{2018} .
- b) [1,5 puntos] Determina, si existe, la matriz X que verifica $A(X + 2I) = BC$ donde I es la matriz identidad.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x + y = z + 4 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y + 3 = 0 \end{cases}$$

- a) [1 punto] Estudia y determina la posición relativa de r y s .
- b) [1,5 puntos] Determina la recta perpendicular común a r y a s .

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**

CURSO 2017-2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ para $x \neq 1$.

- a) **[0,75 puntos]** Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .
- b) **[1 punto]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y halla sus máximos y mínimos relativos (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
- c) **[0,75 puntos]** Esboza la gráfica de f indicando sus puntos de corte con los ejes coordenados.

Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x \cos\left(\frac{x}{2}\right)$.

- a) **[1,75 puntos]** Calcula $\int f(x) dx$
- b) **[0,75 puntos]** Encuentra la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0, 1)$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + mz = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + 2y + 4z = m \end{cases}$$

- a) **[1,75 puntos]** Discute el sistema en función del parámetro m .
- b) **[0,75 puntos]** Si es posible, resuelve el sistema para $m = 1$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(2, -1, -2)$ y $B(-1, -1, 2)$, y la recta r dada por

$$x - 1 = \frac{y - 1}{-1} = \frac{z - 1}{2}$$

- a) **[1 punto]** Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en 3 segmentos de la misma longitud.
- b) **[1,5 puntos]** Determina un punto C de r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en C .