

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) **(1.5 puntos)** Justifique cuáles de las siguientes operaciones pueden realizarse y, en tal caso, calcule el resultado:

$$A^2 \quad A - B \quad A \cdot B \quad A \cdot B^t$$

b) **(1 punto)** Halle la matriz X tal que $A^t + B \cdot X = 3B$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$.

a) **(1 punto)** Halle a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en el punto de abscisa $x = -1$ y un punto de inflexión en el punto de abscisa $x = -2$.

b) **(1.5 puntos)** Para $a = 6$ y $b = 9$, halle los puntos de corte con los ejes, estudie la monotonía y extremos y esboce la gráfica de la función.

EJERCICIO 3

Supongamos que el 20% de los votantes de Trump apoya la construcción del muro en la frontera con México y que solo el 5 % de los que no lo votaron la apoya. En un grupo formado por 5000 votantes de Trump y 10000 estadounidenses que no lo votaron se elige una persona al azar.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que ésta apoye la construcción del muro?

b) **(0.75 puntos)** Si la persona elegida apoya la construcción del muro, ¿cuál es la probabilidad de que no haya votado a Trump?

c) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea votante de Trump o apoye la construcción del muro.

EJERCICIO 4

El tiempo de vida de una determinada especie de tortuga es una variable aleatoria que sigue una ley Normal de desviación típica 10 años. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 tortugas y se obtienen los siguientes valores:

46 38 59 29 34 32 38 21 44 34

a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza, al 95 %, para la vida media de dicha especie de tortugas.

b) **(1 punto)** Calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que el error de estimación de la vida media no sea superior a 5 años, con un nivel de confianza del 98 %.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

- a) **(0.8 puntos)** Represente el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \leq 3 \quad 2x + y \geq 4 \quad y \geq -1$$

- b) **(0.25 puntos)** Razone si el punto (2, 1) pertenece al recinto anterior.
- c) **(1.2 puntos)** Obtenga los vértices del recinto y los valores mínimo y máximo de la función $F(x, y) = 5x + 4y$ en ese recinto, indicando en qué puntos se alcanzan.
- d) **(0.25 puntos)** Razone si la función F puede alcanzar el valor 9 en el recinto anterior.

EJERCICIO 2

Se consideran las siguientes funciones $f(x) = \frac{5x-16}{x}$ y $g(x) = x^2$.

- a) **(1 punto)** Determine la abscisa del punto donde se verifique que $f'(x) = g'(x)$.
- b) **(1.5 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de cada función en el punto de abscisa $x = 2$ y determine el punto de corte de ambas rectas tangentes, si existe.

EJERCICIO 3

Una urna contiene 5 bolas rojas y 3 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por 2 bolas del otro color. A continuación se extrae una segunda bola.

- a) **(1.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que la segunda bola extraída sea verde.
- b) **(1.25 puntos)** Halle la probabilidad de que la primera haya sido roja, sabiendo que la segunda también ha sido roja.

EJERCICIO 4

En una muestra, elegida al azar, de 100 estudiantes de una Universidad, se ha observado que 25 desayunan en la cafetería del campus.

- a) **(1.25 puntos)** Determine, con un nivel de confianza del 95 %, un intervalo de confianza para estimar la proporción de estudiantes de esa Universidad que desayunan en la cafetería.
- b) **(1.25 puntos)** Si la proporción de estudiantes de esa Universidad que desayunan en la cafetería del campus en una muestra aleatoria es de 0.2, y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0.03, con un nivel de confianza del 92.5 % calcule el tamaño mínimo de la muestra.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un fabricante de complementos alimenticios elabora dos tipos de bebidas energéticas a partir de tres componentes: taurina, cafeína y L-carnitina. Un envase del primer tipo de bebida precisa 30 g de taurina, 40 g de cafeína y 20 g de L-carnitina, mientras que uno del segundo necesita 40 g de taurina, 30 g de cafeína y 10 g de L-carnitina. Sabiendo que dispone de 52 kg de taurina, 46 kg de cafeína y 20 kg de L-carnitina, que cada envase del primer tipo se vende por 1.5 € y cada envase del segundo tipo por 1 €, ¿cuántos envases de cada tipo de bebida tendría que elaborar para obtener la ganancia máxima? ¿A cuánto ascendería esta ganancia?

EJERCICIO 2

Una empresa quiere invertir en productos financieros un mínimo de un millón de euros y un máximo de seis millones de euros. La rentabilidad que obtiene viene dada en función de la cantidad invertida, x , por la siguiente expresión:

$$R(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ -x^2 + 10x - 16 & \text{si } 2 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

donde tanto x , como $R(x)$, están expresadas en millones de euros.

- a) **(0.75 puntos)** Estudie la continuidad de la función R .
- b) **(0.75 puntos)** Esboce la gráfica de la función.
- c) **(1 punto)** ¿Qué cantidad debe invertir para obtener la máxima rentabilidad y a cuánto asciende ésta? ¿Para qué valores de x la rentabilidad es positiva?

EJERCICIO 3

En un estudio sobre los niveles de audiencia de dos cadenas de radio, se obtuvo que el 50 % de la población escucha la cadena A, el 40 % escucha la cadena B y el 20 % oye ambas.

- a) **(1 punto)** Halle el porcentaje de la población que escucha alguna de las dos cadenas.
- b) **(0.5 puntos)** Calcule el porcentaje de la población que escucha solo la cadena B.
- c) **(1 punto)** Halle el porcentaje de la población que escucha solo una de las dos cadenas.

EJERCICIO 4

En un centro docente hay 160 alumnos matriculados en 1º de ESO, 120 en 2º, 120 en 3º, 80 en 4º, 240 en 1º de Bachillerato y 200 en 2º. Se quiere constituir una comisión en la que todos los cursos estén representados de forma proporcional.

- a) **(1.25 puntos)** ¿Cuántos alumnos debe haber en la comisión y cuántos de cada curso si dicha comisión está formada por el 5 % del total del alumnado?
- b) **(1.25 puntos)** ¿Cuál sería la composición de la comisión si queremos que haya 9 alumnos de 2º de ESO?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$y \leq 2x + 1 \quad y \leq 13 - 4x \quad x \geq 4 - y$$

- a) **(0.5 puntos)** Razone si el punto de coordenadas $(1.1, 2.8)$ pertenece al recinto.
- b) **(1.5 puntos)** ¿En qué puntos alcanza la función $F(x, y) = -3x + 1.5y$ sus valores extremos y cuáles son éstos?
- c) **(0.5 puntos)** Razone si existe algún punto del recinto en el que la función F se anule.

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} ax - 3x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x^2 + b & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) **(1.5 puntos)** Calcule los valores de a y b para que la función f sea derivable en $x = 1$.
- b) **(1 punto)** Para $a = 3$ y $b = -2$, estudie la monotonía y curvatura de la función f .

EJERCICIO 3

A una asamblea en la Universidad asisten 420 alumnos de los cuales 180 son de Empresariales, 72 de Relaciones Laborales y el resto de Derecho. Un tercio de los alumnos de Empresariales, dos tercios de los de Derecho y 16 alumnos de Relaciones Laborales votan NO a la huelga. El resto ha votado SÍ.

- a) **(0.9 puntos)** Calcule la probabilidad de que elegido un alumno al azar, sea de Empresariales y haya votado SÍ a la huelga.
- b) **(0.8 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que elegido un alumno al azar haya votado SÍ a la huelga?
- c) **(0.8 puntos)** Si elegido un alumno al azar, resulta que ha votado NO a la huelga, ¿cuál es la probabilidad de que sea de Relaciones Laborales?

EJERCICIO 4

El tiempo diario, en horas, que dedican los alumnos de una Facultad a las redes sociales sigue una ley Normal de desviación típica 2 horas. Se toma una muestra aleatoria de 10 alumnos con los siguientes tiempos en horas

$$6.5 \quad 7 \quad 6.25 \quad 7 \quad 5.5 \quad 7.25 \quad 6.75 \quad 6.25 \quad 6 \quad 6.5$$

- a) **(1.5 puntos)** Determine el intervalo de confianza, al 90 %, para el tiempo medio diario dedicado por los alumnos de esa Facultad a las redes sociales.
- b) **(1 punto)** Utilizando el mismo nivel de confianza anterior, calcule el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el tiempo medio diario, para un error de estimación máximo de 0.1 horas.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) **(1 punto)** Calcule $A^2 + B^3$.
- b) **(1.5 puntos)** Calcule X en la ecuación matricial $(A + B) \cdot X = A - B$.

EJERCICIO 2

El beneficio en euros que obtiene una empresa al vender x unidades de un artículo viene dado por la función $B(x) = -x^2 + 360x - 18000$, $50 \leq x \leq 350$.

- a) **(0.8 puntos)** ¿Cuál es el beneficio obtenido si vende 100 unidades? ¿Cuántas unidades debe vender para obtener un beneficio de 13500 €?
- b) **(1 punto)** ¿Cuál es el número de unidades que debe vender para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende ese beneficio?
- c) **(0.7 puntos)** Represente gráficamente la función y determine cuántas unidades hay que vender para no obtener pérdidas.

EJERCICIO 3

Sean A , B y C tres sucesos de los que se sabe que A y B son independientes, A y C son incompatibles, $P(A) = 0.4$, $P(A \cap B) = 0.1$ y $P(C) = 0.2$.

Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

- a) **(1.25 puntos)** Que suceda A si no sucede B .
- b) **(0.75 puntos)** Que no suceda ni A ni C .
- c) **(0.5 puntos)** Que si no sucede B tampoco suceda A .

EJERCICIO 4

Se desea estimar el porcentaje de alumnos de un determinado instituto que lleva gafas. Para ello se eligen 300 alumnos, de los que 210 llevan gafas.

- a) **(1.5 puntos)** Calcule el intervalo de confianza para la proporción de alumnos que lleva gafas, con un nivel de confianza del 97 %.
- b) **(1 punto)** Si por estudios en otros institutos se sabe que la proporción de alumnos que lleva gafas es del 70 %, determine el tamaño mínimo de la muestra necesario para que, con una confianza del 97 %, el error máximo que se cometa sea inferior a 0.06.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1.2 puntos)** Represente el recinto dado por las siguientes inecuaciones:

$$y \leq x + 3 \quad x + 5y \geq 3 \quad 2x + 7y \leq 30 \quad y \geq 0$$

b) **(0.5 puntos)** Razone si el punto $(5, 3)$ pertenece al recinto anterior.

c) **(0.8 puntos)** Obtenga los valores mínimo y máximo de la función $F(x, y) = x - y$ en ese recinto, indicando en qué puntos se alcanzan.

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - bx - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Calcule el valor de a y b , para que la función sea derivable en $x = 0$.

b) **(1 punto)** Para $a = 1$ y $b = 2$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 2$.

EJERCICIO 3

Para superar una asignatura un estudiante hace un examen teórico y otro práctico. La probabilidad de que apruebe el examen teórico es 0.8, la de que apruebe el examen práctico es 0.6 y la de que apruebe ambos es 0.5.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos uno de los dos exámenes?

b) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe el examen práctico en caso de no haber aprobado el examen teórico?

c) **(0.5 puntos)** ¿Son independientes los sucesos “aprobar el examen teórico” y “aprobar el examen práctico”?

EJERCICIO 4

Se sabe que el peso de los tarros de mermelada que fabrica una empresa sigue una distribución Normal con desviación típica 25 g. Con objeto de estimar el peso medio de los tarros fabricados por esa empresa se selecciona una muestra aleatoria de 100 tarros de esa fábrica obteniéndose un peso medio de 230 g.

a) **(1.3 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, al 96 %, para la media de la población.

b) **(0.2 puntos)** ¿Qué error máximo se ha cometido en el intervalo anterior?

c) **(1 punto)** Determine el tamaño muestral mínimo para que el error máximo cometido al construir un intervalo de confianza, con el mismo nivel de confianza, sea 2 g.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Una empresa envasa y comercializa leche entera y leche desnatada. El litro de leche entera envasado genera un beneficio diario a la empresa de 0.4 € y el de leche desnatada de 0.1 €. La tecnología de la empresa impone que el número de litros de leche entera que se envasan diariamente no supere el doble del número de litros de leche desnatada. Además, la cantidad máxima de leche que se puede envasar diariamente es un total de 3000 litros y solo se dispone de 1200 litros diarios de leche entera para envasar. ¿Cuánto debe envasar de cada producto para obtener el beneficio máximo? ¿A cuánto ascendería este beneficio?

EJERCICIO 2

En una especie animal la contracción del iris, en décimas de milímetro, después de exponer el ojo a una luz brillante durante un determinado tiempo, viene dada por

$$f(t) = \begin{cases} t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 2 \\ \frac{4}{t-1} & \text{si } t > 2 \end{cases}$$

donde t es el tiempo, en segundos, que transcurre desde que se concentra la luz en el ojo.

- a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f .
- b) **(1 punto)** Represente gráficamente la función f , determinando los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus asíntotas, en caso de que existan.
- c) **(0.5 puntos)** Determine en qué instante se obtiene la máxima contracción y su valor.

EJERCICIO 3

En un departamento de una Universidad hay 8 profesores y 14 profesoras. Se quiere constituir una comisión formada por 2 miembros del departamento, elegidos al azar.

- a) **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que sean profesoras?
- b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que la comisión esté constituida por un profesor y una profesora.
- c) **(0.75 puntos)** Halle la probabilidad de que en la comisión no haya ninguna profesora.

EJERCICIO 4

Se desea estimar la proporción de jóvenes que ven una serie de televisión. Para ello, se toma una muestra aleatoria de 100 jóvenes, de los que 36 ven la serie.

- a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza, al 96 %, para la proporción de jóvenes que ven la serie.
- b) **(1 punto)** Con el mismo nivel de confianza, si queremos que el error máximo sea inferior a 0.03, ¿qué tamaño muestral mínimo debemos tomar?

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.

- a) **(1.2 puntos)** Razone cuáles de las siguientes operaciones son posibles:

$$A \cdot B^t \quad B + 3C \quad C \cdot B^t \quad A \cdot B + C$$

- b) **(1.3 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A \cdot B \cdot X = C$

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-4} & \text{si } x \leq 0 \\ x+3 & \text{si } 0 < x < 2 \\ x^2 + 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- (1.5 puntos)** Estudie la continuidad de la función en su dominio y clasifique sus discontinuidades, en caso de que exista alguna.
- (1 punto)** Estudie la derivabilidad de la función en su dominio.

EJERCICIO 3

Los alumnos que cursan una asignatura deben realizar dos exámenes: uno teórico y otro práctico. El 50 % de los alumnos aprueba los dos exámenes, el 6 % no aprueba ninguno y el 20 % solo aprueba el teórico. Se elige un alumno al azar.

- (1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos uno de los dos exámenes?
- (1.5 puntos)** Si ha aprobado el teórico, ¿cuál es la probabilidad de que no apruebe el examen práctico?

EJERCICIO 4

El peso de los paquetes de levadura de una marca sigue una ley Normal de desviación típica 0.3 g. Se desea construir un intervalo de confianza, al 98 %, para estimar la media. Para ello, se toma una muestra aleatoria de 9 paquetes.

- (1.25 puntos)** ¿Qué amplitud tendrá dicho intervalo?
- (1.25 puntos)** Obtenga el intervalo sabiendo que los pesos, en gramos, de los paquetes son:

10 9.9 10.04 9.5 10.1 9.8 10.2 10 10.3

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

- a) **(1 punto)** Calcule la matriz A^{2017} .
- b) **(1.5 puntos)** ¿Se verifica la expresión $(B + A) \cdot (B - A) = B^2 - A^2$?

EJERCICIO 2

Sea $f(t)$ el porcentaje de ocupación de un determinado complejo hotelero en función del tiempo t , medido en meses, transcurrido desde su inauguración:

$$f(t) = \begin{cases} -\frac{5}{2}t^2 + 20t & \text{si } 0 \leq t \leq 6 \\ \frac{90t - 240}{t + 4} & \text{si } t > 6 \end{cases}$$

- a) **(0.5 puntos)** ¿Evoluciona la función f de forma continua?
- b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál sería el porcentaje de ocupación al finalizar el segundo año?
- c) **(1 punto)** ¿En qué momentos el porcentaje de ocupación sería del 40 %?
- d) **(0.5 puntos)** ¿Llegaría en algún momento a estar completo en caso de que estuviese abierto indefinidamente?

EJERCICIO 3

Se sabe que el 90 % de los alumnos de un centro docente está interesado por las redes sociales, el 60 % está interesado por sus notas y el 55 % por ambas cuestiones. Se elige al azar un alumno de ese centro.

- a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que dicho alumno esté interesado por alguna de las dos cuestiones?
- b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que esté interesado por sus notas, sabiendo que no está interesado por las redes sociales.
- c) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que no esté interesado por ninguna de estas dos cuestiones.

EJERCICIO 4

La altura de los estudiantes de 2º de bachillerato de un centro sigue una ley Normal de media 165 cm y desviación típica 10 cm.

- a) **(1 punto)** ¿Qué distribución sigue la altura media de las muestras de tamaño 25?
- b) **(1.5 puntos)** Se elige al azar una muestra de 25 estudiantes y se les mide la altura. ¿Cuál es la probabilidad de que la altura media de esa muestra supere 160 cm?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un distribuidor de software informático tiene en su cartera de clientes tanto a empresas como a particulares. Ha de conseguir al menos 25 empresas como clientes y el número de clientes particulares deberá ser como mínimo el doble que el de empresas. Por razones de eficiencia del servicio postventa, tiene estipulado un límite global de 120 clientes anuales. Cada empresa le produce 386 € de beneficio, mientras que cada particular le produce 229 €. ¿Qué combinación de empresas y particulares le proporcionará el máximo beneficio? ¿A cuánto ascenderá ese beneficio?

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Calcule la derivada de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{e^{5x} - x}{x^2 - x} \qquad g(x) = (2x^2 - x)^3 \cdot \ln(x^3 + 2)$$

b) **(1 punto)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = \frac{1}{x}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 3

En una ciudad hay dos fábricas de pasta, F1 y F2, que producen dos tipos de productos, A y B, que venden a un distribuidor en paquetes de 1 kg. En un mes, la fábrica F1 produce 20000 kg de pasta, de los que 12000 son del tipo A y la fábrica F2 produce 25000 kg de pasta de los que 15000 kg son del tipo A. Se escoge al azar un paquete del distribuidor.

- a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que sea del tipo B?
- b) **(1 punto)** Si el paquete elegido resulta ser del tipo A, ¿qué es más probable, que proceda de la fábrica F1 o que proceda de la F2?

EJERCICIO 4

La puntuación obtenida por los participantes en una prueba es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con una desviación típica de 6 puntos. Se toma una muestra aleatoria de 64 participantes en esa prueba, resultando una puntuación media de 35 puntos.

- a) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, al 95 %, para la calificación media del total de participantes en la citada prueba.
- b) **(1.25 puntos)** Halle el tamaño mínimo de la muestra necesaria para estimar la puntuación media del total de participantes, con un error inferior a 0.5 puntos y un nivel de confianza del 99 %.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) **(1 punto)** Razone si se pueden efectuar las siguientes operaciones

$$A \cdot D + B \cdot C \quad D^t \cdot B - A^2$$

- b) **(1.5 puntos)** Halle la matriz X que verifica la ecuación matricial $A \cdot X = B - C$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = x^3 - 12x + 1$.

- a) **(1.5 puntos)** Estudie su monotonía y determine sus extremos relativos.
- b) **(1 punto)** Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 3

De los sucesos A y B se sabe que $P(A) = 0.6$, $P(B|A) = 0.8$ y $P(B|A^c) = 0.1$.

- a) **(1.8 puntos)** Calcule las probabilidades $P(B)$, $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$.
- b) **(0.7 puntos)** ¿Son los sucesos A y B independientes?

EJERCICIO 4

Se desea estimar la proporción de bares y restaurantes que en el camino de Santiago ofertan el menú del peregrino con un precio máximo de 12 €. Para ello se eligen aleatoriamente 120 establecimientos que ofrecen este menú, de los que 80 tienen un precio máximo de 12 €.

- a) **(1.6 puntos)** Con un nivel de confianza del 92 %, obtenga el intervalo de confianza para proporción de establecimientos que tienen un precio máximo de 12 €.
- b) **(0.4 puntos)** Si aumentamos el nivel de confianza al 99 %, ¿qué efecto se produce en el error de estimación?
- c) **(0.5 puntos)** ¿Cuántos establecimientos, como mínimo, deberíamos seleccionar para que, con un nivel de confianza del 99 %, el error de la estimación no sea superior a 0.04?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x + 2y \leq 11 \quad x \geq 2y - 5 \quad 3x + y \leq 18 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

- a) **(1.5 puntos)** Dibuje la región que definen y calcule sus vértices.
- b) **(0.5 puntos)** ¿Pertenece el punto $(5.5, 2)$ a la región anterior ?
- c) **(0.5 puntos)** Calcule los puntos de esa región en los que la función $F(x, y) = 2x + 3y$ alcanza los valores máximo y mínimo y determine dichos valores.

EJERCICIO 2

- a) **(1.5 puntos)** Calcule los valores de los parámetros a y b para que la gráfica de la función $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ presente un extremo relativo en el punto $(2, 6)$.
- b) **(1 punto)** Para $a = 1$ y $b = 1$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa función en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 3

El 10 % de las personas que acuden a un servicio de urgencias lo hace por problemas respiratorios, de éstos el 80 % son fumadores, mientras que de los que acuden por otros problemas solo el 5 % son fumadores. Se elige, al azar, una persona de las que acuden al servicio de urgencias.

- a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que haya acudido por problemas respiratorios y no sea fumador?
- b) **(1.5 puntos)** Si la persona elegida es fumadora, ¿cuál es la probabilidad de que haya acudido por problemas que no son respiratorios?

EJERCICIO 4

El precio de un determinado producto se distribuye según una ley Normal de desviación típica 5 € y media desconocida. Se toman 10 comercios al azar y se observa en ellos el precio de este producto, resultando los siguientes valores en euros:

96 108 97 112 99 106 105 100 98 99

- a) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la distribución del precio medio del producto en las muestras de tamaño 10?
- b) **(1 punto)** Determine un intervalo de confianza, al 97 %, para la media poblacional.
- c) **(1 punto)** Con el mismo nivel de confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra de esa población para que el error cometido sea menor que 2?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1: 2.5 puntos

- a) 0.5 puntos por cada operación.
- b) Hasta 1.5 puntos.

Ejercicio 2: 2.5 puntos

- a) Hasta 0.9 puntos por la monotonía, 0.3 por cada extremo.
- b) Hasta 0.4 puntos por el planteamiento, 0.6 por la ecuación de la recta.

Ejercicio 3: 2.5 puntos

- a) 0.6 por cada una de las probabilidades.
- b) Hasta 0.7 puntos.

Ejercicio 4: 2.5 puntos

- a) 0.25 por la proporción muestral, 0.25 por el percentil, 0.5 por el planteo del intervalo y 0.6 por su determinación.
- b) Hasta 0.4 puntos.
- c) Hasta 0.5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1: 2.5 puntos

- a) Hasta 1 punto por la representación de la región, hasta 0.5 por los vértices.
- b) Hasta 0.5 puntos.
- c) 0.25 por cada extremo.

Ejercicio 2: 2.5 puntos

- a) Hasta 1 punto por el planteamiento, hasta 0.5 por la determinación de los parámetros.
- b) Hasta 0.4 puntos por el planteamiento, 0.6 por la ecuación de la recta.

Ejercicio 3: 2.5 puntos

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1.5 puntos.

Ejercicio 4: 2.5 puntos

- a) Hasta 0.5 puntos.
- b) 0.5 puntos por el planteamiento, 0.5 por la determinación del intervalo.
- c) Hasta 1 punto.