

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $2 \cdot X - C \cdot D = (I_3 + D) \cdot C$.
- b) **(1 punto)** Si las matrices C y D son las matrices de adyacencia de dos grafos, de vértices a, b, c y $1, 2, 3$, respectivamente, haga la representación gráfica de dichos grafos.

EJERCICIO 2

Tras un test realizado a un nuevo modelo de automóvil, se ha observado que el consumo de gasolina, $c(x)$, expresado en litros, viene dado por la función

$$c(x) = 7.5 - 0.05x + 0.00025x^2,$$

siendo x la velocidad en km/h y $25 \leq x \leq 175$.

- a) **(0.5 puntos)** Determine el consumo de gasolina a las velocidades de 50 km/h y 150 km/h.
- b) **(1 punto)** Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función $c(x)$.
- c) **(1 punto)** ¿A qué velocidades de ese intervalo se obtiene el mínimo consumo y el máximo consumo y cuáles son éstos?

EJERCICIO 3

Sean dos sucesos, A y B , tales que $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ y $P(A/B) = 0.5$.

- a) **(1 punto)** Halle la probabilidad de que se verifique alguno de los dos sucesos.
- b) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que no se verifique B si se ha verificado A .
- c) **(0.75 puntos)** ¿Son independientes los sucesos A y B ? Razone la respuesta.

EJERCICIO 4

El director de un banco afirma que la cantidad media de dinero extraído, por cliente, de un cajero automático de su sucursal no supera los 120 euros. Para contrastar esta hipótesis elige al azar 100 extracciones de este cajero y obtiene una media muestral de 130 euros. Se sabe que la cantidad de dinero extraído por un cliente en un cajero automático se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 67 euros.

- a) **(0.5 puntos)** Plantee el contraste de hipótesis asociado al enunciado.
- b) **(1 punto)** Determine la región de aceptación, para un nivel de significación $\alpha = 0.05$.
- c) **(1 punto)** Con los datos muestrales tomados, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis de este director, con el mismo nivel de significación anterior?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Una empresa elabora dos productos, A y B. Cada unidad de A requiere 2 horas en una máquina y 5 horas en una segunda máquina. Cada unidad de B necesita 4 horas en la primera máquina y 3 horas en la segunda máquina. Semanalmente se dispone de 100 horas en la primera máquina y de 110 horas en la segunda.

Si la empresa obtiene un beneficio de 70 euros por cada unidad de A, y de 50 euros por cada unidad de B, ¿qué cantidad semanal de cada producto debe producir con objeto de maximizar el beneficio total? ¿Cuál es ese beneficio?

EJERCICIO 2

Se considera la función dada por $f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x+2} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{2}{x-2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de f .
- b) **(1 punto)** Halle las ecuaciones de las asíntotas de esta función.

EJERCICIO 3

Una compañía aseguradora realiza operaciones de seguros médicos y de seguros de vida. El 20% de las operaciones corresponde a seguros médicos y el resto a seguros de vida. El porcentaje de operaciones en las que no se producen retrasos en los pagos es del 10% en los seguros médicos y del 15% en seguros de vida.

- a) **(1.5 puntos)** Halle el porcentaje de operaciones en las que no se producen retrasos en los pagos.
- b) **(1 punto)** De las operaciones que han sufrido retrasos en los pagos, ¿qué porcentaje corresponde a los seguros de vida?

EJERCICIO 4

Se sabe que la estatura de las personas de una población es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal cuya desviación típica es de 0.04 m. Para estimar la media de esta variable se ha tomado una muestra aleatoria de 60 personas de esa población y se ha encontrado una estatura media de 1.73 m.

- a) **(1.25 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza, con un nivel del 97%, para la media de la distribución de estaturas.
- b) **(1.25 puntos)** Halle el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esta población, para que la amplitud de un intervalo de la media con este nivel de confianza sea inferior a 0.08 m.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) **(1.25 puntos)** Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcule $(I_3 - A)^3$.

b) **(1.25 puntos)** Dadas las matrices $B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$, determine a y b de manera que $B \cdot C - D = O$, siendo O la matriz nula.

EJERCICIO 2

Un banco lanza al mercado un plan de inversión cuya rentabilidad $R(x)$, en miles de euros, viene dada en función de la cantidad, x , que se invierte, también en miles de euros, por la siguiente expresión:

$$R(x) = -0.001x^2 + 0.4x + 3.5, \text{ con } x \geq 10.$$

- a) **(0.5 puntos)** Calcule la rentabilidad para una inversión de 100000 euros.
- b) **(1.5 puntos)** Deduzca y razone qué cantidad habría que invertir para obtener la máxima rentabilidad.
- c) **(0.5 puntos)** ¿Qué rentabilidad máxima se obtendría?

EJERCICIO 3

Un jugador lanza a la vez un dado y una moneda.

- a) **(1 punto)** Construya el espacio muestral de este experimento aleatorio.
- b) **(1 punto)** Determine la probabilidad del suceso A: “El jugador obtiene un número par en el dado y cruz en la moneda”.
- c) **(0.5 puntos)** Si sabemos que en la moneda ha salido cara, ¿cuál es la probabilidad de que en el dado haya salido más de 3 puntos?

EJERCICIO 4

En un distrito universitario, la calificación de los alumnos sigue una distribución Normal de media 6.2 puntos y desviación típica de 1 punto. Se seleccionó, aleatoriamente, una muestra de tamaño 25.

- a) **(1 punto)** Indique la distribución de la media de las muestras de tamaño 25.
- b) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que la media de las calificaciones de los alumnos de una de esas muestras esté comprendida entre 6 y 6.6 puntos?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1.5 puntos)** Dibuje el recinto del plano definido por el siguiente sistema de inecuaciones y determine sus vértices:

$$y \geq 200 - 2x, \quad x - 100 \leq 3y, \quad x + 2y \leq 600, \quad x \geq 0.$$

b) **(1 punto)** Sabiendo que A(0, 2), B(1, 4), C(3, 4), D(4, 2) y E(2, 1) son los vértices de una región factible, determine en ella el mínimo y el máximo de la función $F(x, y) = 10x + 5y + 21$, e indique los puntos donde se alcanzan.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} 1 - 2x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2ax + 3 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ -x^2 + 8x - 15 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

- a) **(0.75 puntos)** Calcule el valor de a para que f sea continua en $x = 1$.
- b) **(1.75 puntos)** Para $a = 2$ estudie la continuidad y la derivabilidad de f .

EJERCICIO 3

Una bolsa contiene 5 bolas blancas, 3 rojas y 4 negras. Ana y Manolo practican el siguiente juego: Ana saca una bola, anota su color y la devuelve a la bolsa, a continuación Manolo extrae una bola y anota su color. Si las dos bolas extraídas tienen el mismo color gana Ana, si sólo hay una bola blanca gana Manolo, y en otro caso hay empate.

- a) **(1.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que gane Ana.
- b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que gane Manolo.
- c) **(0.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que haya empate.

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) Un estudio sociológico afirma que el 70% de las familias cena viendo la televisión. Se desea contrastar la veracidad de esta afirmación y, para ello, se toma una muestra de 500 familias, en la que se observa que 340 ven la televisión mientras cenan. Decida, mediante un contraste de hipótesis, si la afirmación es cierta con un nivel de significación de 0.01.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) **(1.5 puntos)** De una matriz cuadrada, A , de orden 3 se conocen los siguientes elementos

$$a_{12} = a_{21} = -2, \quad a_{13} = a_{31} = 0, \quad a_{23} = a_{32} = 1.$$

Determine los demás elementos de la matriz A sabiendo que debe cumplirse la ecuación

$$A \cdot B = C^t, \text{ donde } B^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

b) **(1 punto)** Calcule $2D^2$, siendo $D = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$.

EJERCICIO 2

El beneficio, en miles de euros, alcanzado en una tienda de ropa el pasado año, viene dado por la función $B(t)$ expresada a continuación

$$B(t) = \begin{cases} \frac{1}{8}t^2 - t + 5 & \text{si } 0 \leq t \leq 6 \\ \frac{t+1}{2} & \text{si } 6 < t \leq 12 \end{cases}, \quad t \text{ es el tiempo transcurrido en meses.}$$

- a) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de la función al cabo de 6 meses.
- b) **(0.5 puntos)** ¿Cuándo fue mínimo el beneficio? ¿Cuál fue dicho beneficio?
- c) **(1 punto)** Represente gráficamente la función $B(t)$. ¿Cuándo fue máximo el beneficio? ¿A cuánto ascendió?

EJERCICIO 3

En una ciudad, el 55% de la población consume aceite de oliva, el 30% de girasol, y el 20% ambos tipos de aceite. Se escoge una persona al azar:

- a) **(1 punto)** Si consume aceite de oliva, ¿cuál es la probabilidad de que consuma también aceite de girasol?
- b) **(1 punto)** Si consume aceite de girasol, ¿cuál es la probabilidad de que no consuma aceite de oliva?
- c) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que no consuma ninguno de los dos tipos de aceite?

EJERCICIO 4

El peso de los adultos de una determinada población sigue una distribución Normal de media 70 kg y desviación típica 16 kg. Si elegimos, al azar, muestras de tamaño 4,

- a) **(0.5 puntos)** ¿cuál es la distribución de la media muestral?
- b) **(1 punto)** ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio de una de esas muestras esté comprendido entre 65 y 72 kg?
- c) **(1 punto)** ¿cuál es la probabilidad de que ese peso medio sea menor que 70kg?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Se considera el recinto R del plano determinado por las siguientes inecuaciones:

$$13x + 8y \leq 600; \quad 3(x - 2) \geq 2(y - 3); \quad x - 4y \leq 0.$$

- a) **(1.75 puntos)** Represente gráficamente el recinto R y calcule sus vértices.
- b) **(0.75 puntos)** Calcule el valor máximo en dicho recinto de la función $F(x, y) = 65x + 40y$, indicando dónde se alcanza.

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** La gráfica de la función derivada, f' , de una función f es una parábola que corta al eje OX en los puntos $(-1, 0)$ y $(3, 0)$, y tiene su vértice en $(1, -4)$.

Estudie, a partir de ella, la monotonía de la función f e indique la abscisa de cada extremo relativo.

b) **(1 punto)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x) = -2e^{3x}$ en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3

El 30% de los aparatos que llegan a un servicio técnico para ser reparados están en garantía. De los que no están en garantía, el 20% ya fueron reparados en otra ocasión y de los que sí lo están, solamente un 5% fueron reparados anteriormente. Se elige un aparato al azar en el servicio técnico:

- a) **(1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido reparado en otra ocasión?
- b) **(1.25 puntos)** Si es la primera vez que ha llegado al servicio técnico, ¿cuál es la probabilidad de que esté en garantía?

EJERCICIO 4

Con el fin de estudiar el peso medio de los perros recién nacidos de una determinada raza, se tomó una muestra en una clínica veterinaria y se obtuvieron los siguientes pesos, medidos en kg: 1.2 0.9 1 1.2 1.1 1 0.8 1.1

Se sabe que el peso de los cachorros de esta raza se distribuye según una ley Normal con desviación típica 0.25 kg.

- a) **(1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, al 95%.
- b) **(0.5 puntos)** Halle el error máximo que se cometería usando el intervalo anterior.
- c) **(0.5 puntos)** Razone cómo variarían la amplitud del intervalo de confianza si, manteniendo el mismo nivel de confianza, aumentásemos el tamaño de la muestra.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$.

- a) (1 punto) Calcule $A^2 - B \cdot C^t$.
- b) (1.5 puntos) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + B = 2 \cdot C$.

EJERCICIO 2

a) (1 punto) Calcule la función derivada de $f(x) = \frac{e^{-2x}}{(-x^2 + 2)^2}$.

b) (1.5 puntos) Se sabe que la expresión que representa el número medio de clientes $N(t)$ que acude un día a una cadena de almacenes, en función del número de horas t que llevan abiertos, es $N(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t$, $0 \leq t \leq 8$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Sabiendo que el máximo de clientes que han acudido ese día ha sido de 160 y que se ha producido a las 4 horas de abrir, calcule a y b .

EJERCICIO 3

En una primera bolsa se han colocado 4 bolas blancas y 3 negras, y en una segunda bolsa 3 blancas y 5 negras. Se saca una bola de la primera y, sin verla, se introduce en la segunda. A continuación se saca una bola de la segunda. Halle la probabilidad de que:

- a) (1.25 puntos) La bola extraída de la segunda bolsa sea negra.
- b) (1.25 puntos) La bola extraída de la primera bolsa sea negra, si sabemos que la bola extraída de la segunda ha sido blanca.

EJERCICIO 4

Una máquina está preparada para fabricar piezas de, a lo sumo, 10 cm de longitud.

Se toma una muestra de 1000 piezas, comprobándose que la media sus longitudes es de 10.0037 cm. La longitud de las piezas fabricadas por esa máquina sigue una ley Normal con desviación típica 0.2 cm.

- a) (0.5 puntos) Plantee un contraste de hipótesis unilateral para comprobar si con los datos de esa muestra es posible afirmar que la media de la longitud de las piezas fabricadas por la máquina es de más de 10 cm.
- b) (1 punto) Determine la región de aceptación de la hipótesis nula de ese contraste para un nivel de significación $\alpha = 0.025$.
- c) (1 punto) Con los datos de la muestra y usando el contraste de hipótesis del primer apartado, ¿qué conclusión se obtendría sobre la longitud media de las piezas fabricadas?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea el recinto determinado por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \leq 20, \quad 3x + 5y \leq 70, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

- a) **(0.5 puntos)** Razone si el punto de coordenadas (4.1, 11.7) pertenece al recinto.
- b) **(1.25 puntos)** Represente dicho recinto y calcule sus vértices.
- c) **(0.75 puntos)** ¿Dónde alcanzará la función $F(x, y) = 0.6x + y$ sus valores extremos y cuáles serán éstos?

EJERCICIO 2

Las funciones $I(t) = -2t^2 + 51t$ y $G(t) = t^2 - 3t + 96$ con $0 \leq t \leq 18$ representan, respectivamente, los ingresos y gastos de una empresa, en miles de euros, en función de los años, t , transcurridos desde su inicio y en los últimos 18 años.

- a) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de t , desde su entrada en funcionamiento, los ingresos coincidieron con los gastos?
- b) **(1 punto)** Determine la función que refleje los beneficios (ingresos menos gastos) en función de t y represéntela gráficamente.
- c) **(1 punto)** ¿Al cabo de cuántos años, desde su entrada en funcionamiento, los beneficios fueron máximos? Calcule el valor de ese beneficio.

EJERCICIO 3

Un libro tiene cuatro capítulos. El primer capítulo tiene 140 páginas, el segundo 100, el tercero 150 y el cuarto 50. El 5% de las páginas del primer capítulo, el 4% del segundo y el 2% del tercero tienen algún error. Las páginas del cuarto capítulo no tienen errores.

- a) **(1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir una página al azar, tenga algún error?
- b) **(1.25 puntos)** Supongamos que elegimos una página al azar y observamos que no tiene ningún error, ¿cuál es la probabilidad de que sea del segundo capítulo?

EJERCICIO 4

- a) **(1 punto)** Una población de tamaño 1000 se ha dividido en 4 estratos de tamaño 150, 400, 250 y 200. Utilizando muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional se han seleccionado 10 individuos del tercer estrato, ¿cuál es el tamaño de la muestra?
- b) **(1.5 puntos)** El peso de los individuos de una población se distribuye según una ley Normal de desviación típica 6 kg. Calcule el tamaño mínimo de la muestra para estimar, con un nivel de confianza del 95%, el peso medio en la población con un error no superior a 1 kg.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Se considera el recinto R del plano, determinado por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \geq 2, \quad x + 3y \leq 15, \quad 3x - y \leq 15, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

- a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente el recinto R y calcule sus vértices.
- b) **(0.5 puntos)** Halle los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x, y) = 3x + y$ en dicho recinto.
- c) **(0.5 puntos)** Razone si existen puntos (x, y) del recinto, para los que $F(x, y) = 30$.

EJERCICIO 2

- a) **(1.25 puntos)** Halle el dominio, los puntos de corte con los ejes, y las asíntotas de la función

$$f(x) = \frac{4x}{2x+1}$$

- b) **(1.25 puntos)** Halle los intervalos de monotonía, los extremos relativos, los intervalos de curvatura y los puntos de inflexión de la función $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$.

EJERCICIO 3

En un sistema de alarma, la probabilidad de que haya un incidente es 0.1. Si éste se produce, la probabilidad de que la alarma suene es 0.95. La probabilidad de que suene la alarma sin que haya incidente es de 0.03.

- a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que suene la alarma?
- b) **(1 punto)** Si ha sonado la alarma, calcule la probabilidad de que no haya habido incidente.

EJERCICIO 4

Suponiendo que la variable “años de vida de los individuos de un país” sigue una distribución Normal con desviación típica 8.9 años, se desea contrastar la hipótesis de que la vida media de los mismos no supera los 70 años.

A partir de una muestra aleatoria de 100 individuos se ha obtenido que su vida media ha sido 71.8 años.

- a) **(0.5 puntos)** Formule el contraste de hipótesis que indica el enunciado.
- b) **(1 punto)** Determine la región crítica a un nivel de significación del 5%.
- c) **(1 punto)** Con los datos muestrales, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis a ese nivel de significación?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) (1.25 puntos) Efectúe, si es posible, los siguientes productos:

$$A \cdot A^t; A^t \cdot A; A \cdot B$$

b) (1.25 puntos) Resuelva la siguiente ecuación matricial $A \cdot A^t \cdot X = B$

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 4 & \text{si } x \leq 2 \\ 4 - \frac{a}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) (1.5 puntos) Halle el valor de a para que dicha función sea continua y estudie la derivabilidad de f para ese valor de a .

b) (1 punto) Para $a = 1$, ¿existe alguna asíntota vertical de esa función? ¿Y horizontal? Razone las respuestas y calcule, en caso afirmativo, dichas asíntotas.

EJERCICIO 3

Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que:

$$P(A) = 0.4, P(B) = 0.5 \text{ y } P(A \cap B) = 0.2.$$

a) (1.5 puntos) Calcule las siguientes probabilidades: $P(A \cup B)$, $P(A/B)$ y $P(B/A^C)$.

b) (0.5 puntos) Razone si A y B son sucesos incompatibles.

c) (0.5 puntos) Razone si A y B son independientes.

EJERCICIO 4

Sea X una variable aleatoria Normal de media 50 y desviación típica 4. Se toman muestras de tamaño 16.

a) (1 punto) ¿Cuál es la distribución de la media muestral?

b) (1.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 47.5 y 52.5?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

- a) **(1.2 puntos)** Represente gráficamente el recinto determinado por las siguientes inecuaciones $6x - y + 9 \geq 0$, $2x + 5y - 13 \leq 0$, $2x - 3y - 5 \leq 0$.
- b) **(0.9 puntos)** Determine los vértices del recinto anterior.
- c) **(0.4 puntos)** Halle los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = 3x - 2y + 3$ en el recinto del primer apartado, y especifique en qué puntos los alcanza.

EJERCICIO 2

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} -x + 4 & \text{si } x < 2 \\ \frac{4}{x} & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ x^2 - 4x + 1 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

- a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de f .
- b) **(0.5 puntos)** Determine los extremos locales de f .
- c) **(1 punto)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 3$.

EJERCICIO 3

Un examen consta de una parte teórica y una parte práctica. La probabilidad de que se apruebe la parte teórica es 0.7 y la de que se apruebe la parte práctica 0.75. Se sabe que el 50% de los alumnos ha aprobado ambas.

- a) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de aprobar alguna de las dos partes.
- b) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de aprobar la parte práctica sabiendo que no se ha aprobado la parte teórica.
- c) **(1 punto)** ¿Son independientes los sucesos “aprobar parte teórica” y “aprobar parte práctica”?

EJERCICIO 4

El director de una televisión afirma que un nuevo programa que va a emitirse será visto, al menos, por un 30% de personas. Una vez emitido se realizó una encuesta a 500 personas, elegidas al azar, y ésta reveló que 130 de ellas habían visto ese programa.

- a) **(0.5 puntos)** Formule la hipótesis nula y la alternativa del contraste de hipótesis que permite determinar si los datos de la encuesta realizada son compatibles con la afirmación del director.
- b) **(1 punto)** Halle la región crítica de ese contraste para un nivel de significación del 5.5%.
- c) **(1 punto)** Según el dato obtenido en el apartado anterior ¿qué conclusión se obtiene sobre la afirmación realizada por el director de esa televisión?

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

- a) (1.5 puntos) Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $N^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, razone cuáles de las siguientes operaciones tienen sentido y efectúe las que puedan realizarse:

$$M + N^t, \quad M^t \cdot N, \quad M \cdot N.$$

- b) (1 punto) Un industrial cafetero produce dos tipos de café, natural y descafeinado, en tres modalidades cada uno, A, B y C. Se han anotado en la matriz P los pesos, en kg, del café que el industrial produce de cada una de las modalidades de cada tipo, y en la matriz Q los precios a los que vende el kg de cada producto final:

	A B C		A B C
$P:$	natural $\begin{pmatrix} 550 & 400 & 240 \\ 260 & 200 & 100 \end{pmatrix}$	$Q:$	natural $\begin{pmatrix} 2.20 & 2.75 & 2.50 \\ 3.20 & 3.90 & 3.60 \end{pmatrix}$

Efectúe el producto $P \cdot Q^t$ y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante.

EJERCICIO 2

- (2.5 puntos) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{2^x + x^2}{x}; \quad g(x) = (x^2 + 1)^2 \cdot \ln(e^{3x} + 4); \quad h(x) = \frac{1}{3x} - \frac{5}{x^2 - 2}.$$

EJERCICIO 3

Pedro vive en una ciudad donde el 40% de los días del año hay riesgo de lluvia y el resto no lo hay. Cuando hay riesgo de lluvia, Pedro coge el paraguas un 98% de las veces y cuando no lo hay, un 5% de las veces. Si se selecciona un día del año al azar,

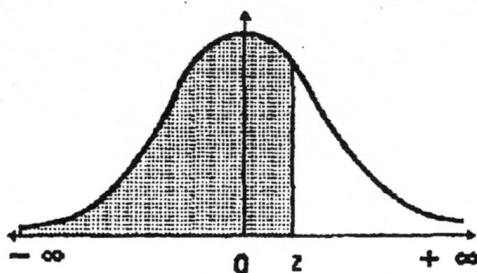
- (1.25 puntos) ¿cuál es la probabilidad de que Pedro no haya cogido el paraguas ese día?
- (1.25 puntos) ¿cuál es la probabilidad de que exista riesgo de lluvia, si sabemos que ese día Pedro ha cogido el paraguas?

EJERCICIO 4

El peso neto de las tabletas de chocolate de una determinada marca es una variable aleatoria Normal con media μ y desviación típica 7 gramos. Se sabe que 36 tabletas, elegidas al azar, han dado un peso total de 5274 gramos.

- (1.25 puntos) Calcule un intervalo con un nivel de confianza del 94% para la media μ .
- (1.25 puntos) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuántas tabletas, como mínimo, habrá que tomar como muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, de 3 gramos?

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL N(0;1)



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99909	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99959	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997
4.0	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z, con distribución N(0;1), esté por debajo del valor z.