

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un fabricante elabora dos tipos de anillos a base de oro y plata. Cada anillo del primer tipo precisa 4 g de oro y 2 de plata, mientras que cada uno del segundo necesita 3 g de oro y 1 de plata. Sabiendo que dispone de 48 g de oro y 20 de plata y que los precios de venta de cada tipo de anillo son 150 euros el primero y 100 euros el segundo, ¿cuántos anillos de cada tipo tendría que producir para obtener los ingresos máximos? ¿A cuánto ascenderían estos ingresos?

EJERCICIO 2

Consideremos la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 5 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ -2x + 11 & \text{si } 4 < x \leq 5 \end{cases}$.

- a) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 4$.
- b) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la función $f(x)$ e indique dónde alcanza su máximo y su mínimo absolutos. ¿Cuál es el valor del máximo? ¿Y del mínimo?

EJERCICIO 3

En un experimento aleatorio, la probabilidad de que ocurra un suceso A es 0.68, la de que ocurra otro suceso B es 0.2, y la de que no ocurra ninguno de los dos es 0.27. Halle la probabilidad de que:

- a) **(1 punto)** Ocurran los dos a la vez.
- b) **(0.75 puntos)** Ocurra B pero no A.
- c) **(0.75 puntos)** Ocurra B, sabiendo que no ha ocurrido A.

EJERCICIO 4

Queremos estudiar la proporción de personas de una población que acceden a internet a través de teléfono móvil. Para ello hacemos una encuesta a una muestra aleatoria de 400 personas de esa población, y obtenemos que 240 de ellas acceden a internet a través del móvil.

- a) **(1.75 puntos)** Determine un intervalo de confianza, al 98.5%, para la proporción de personas de esa población que acceden a internet a través del teléfono móvil.
- b) **(0.75 puntos)** Razone el efecto que tendría sobre la amplitud del intervalo de confianza el aumento o disminución del tamaño de la muestra, suponiendo que se mantuvieran la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1 punto)** En un problema de programación lineal, la región factible es la región acotada cuyos vértices son $A(2, -1)$, $B(-1, 2)$, $C(1, 4)$ y $D(5, 0)$. La función objetivo es la función $f(x, y) = 2x + 3y + k$, cuyo valor máximo, en dicha región, es igual a 19. Calcule el valor de k e indique dónde se alcanza el máximo y dónde el mínimo.

b) **(1.5 puntos)** Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

Resuelva, si es posible, la ecuación matricial $B \cdot A + 2X = C$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$.

- a) **(1 punto)** Determine sus máximos y mínimos relativos.
- b) **(1 punto)** Consideremos la función $g(x) = f'(x)$. Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x)$, en el punto de abscisa $x = 2$.
- c) **(0.5 puntos)** Dibuje la gráfica de $g(x)$ y de la recta tangente calculada en b).

EJERCICIO 3

Una encuesta realizada en un banco indica que el 60% de sus clientes tiene un préstamo hipotecario, el 50% tiene un préstamo personal y un 20% tiene un préstamo de cada tipo. Se elige, al azar, un cliente de ese banco:

- a) **(1.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos préstamos.
- b) **(1.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que tenga un préstamo hipotecario sabiendo que no tiene préstamo personal.

EJERCICIO 4

a) **(1.25 puntos)** Una población de 6000 personas se ha dividido en 3 estratos, uno con 1000 personas, otro con 3500 y otro con 1500. En esa población se ha realizado un muestreo estratificado con afijación proporcional, en el que se han elegido al azar 15 personas del tercer estrato. Determine el tamaño de la muestra total obtenida con este muestreo y su composición.

b) **(1.25 puntos)** Dada la población $\{1, 4, 7\}$, construya todas las muestras posibles de tamaño 2 que puedan formarse mediante muestreo aleatorio simple, y halle la varianza de las medias muestrales de todas esas muestras.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea R la región factible definida por las siguientes inecuaciones $x \geq 3y$, $x \leq 5$, $y \geq 1$.

- a) **(0.5 puntos)** Razone si el punto $(4.5, 1.55)$ pertenece a R .
- b) **(1.5 puntos)** Dada la función objetivo $F(x, y) = 2x - 3y$, calcule sus valores extremos en R .
- c) **(0.5 puntos)** Razone si hay algún punto de R donde la función F valga 3.5. ¿Y 7.5?

EJERCICIO 2

En una empresa de montajes el número de montajes diarios realizados por un trabajador depende de los días trabajados según la función $M(t) = \frac{11t + 17}{2t + 12}$, $t \geq 1$, donde t es el número de días trabajados.

- a) **(0.5 puntos)** ¿Cuántos montajes realiza el primer día? ¿Cuántos días necesitará para realizar cinco montajes diarios?
- b) **(0.75 puntos)** ¿Qué ocurriría con el número de montajes diarios si trabajara indefinidamente?
- c) **(0.75 puntos)** El dueño de la empresa cree que el número de montajes diarios aumenta con los días de trabajo. Estudiando la función, justifique si es cierta dicha creencia.
- d) **(0.5 puntos)** Dibuje la gráfica de la función.

EJERCICIO 3

Se cree que hay una vuelta hacia estilos de baile más populares, por lo que se realiza una encuesta a estudiantes de bachillerato, resultando que al 40% les gusta la salsa, al 30% les gusta el merengue y al 10% les gusta tanto la salsa como el merengue.

- a) **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que a un estudiante le guste el merengue si le gusta la salsa?
- b) **(0.75 puntos)** ¿Y la de que a un estudiante le guste el merengue si no le gusta la salsa?
- c) **(1 punto)** ¿Son independientes los sucesos “gustar la salsa” y “gustar el merengue”? ¿Son compatibles?

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) En una bodega utilizan una máquina que debe envasar el vino en botellas con un contenido de 750 ml. Para comprobar si esa máquina funciona correctamente, se toma una muestra de 36 botellas y se observa que el contenido medio de las mismas es de 748 ml. Suponiendo que la variable “contenido” sigue una distribución Normal con varianza 25, analice mediante un contraste de hipótesis bilateral ($H_0 : \mu = 750$) si se puede aceptar, con un nivel de significación de 0.05, que la máquina envasadora funciona correctamente.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -1 \\ \frac{4}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

- a) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $(2A + B) \cdot X = 3A - B$.
- b) **(1 punto)** Determine en cada caso la dimensión de la matriz D para que se puedan realizar las siguientes operaciones: $C \cdot D + A$, $C^t \cdot D \cdot C$, $D \cdot C^t$, $C \cdot D \cdot C^t$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - bx + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 2x + a & \text{si } x > 2 \end{cases}$.

- a) **(1.5 puntos)** Determine los valores de a y b para que dicha función sea continua en $x = 2$ y, además, tenga un mínimo en $x = 1$.
- b) **(1 punto)** Para $a = 2$ y $b = 6$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -2$.

EJERCICIO 3

El 50% de los préstamos que concede un banco son para vivienda, el 30% para industria y el 20% para consumo. No se pagan el 20% de los préstamos para vivienda, el 15% de los préstamos para industria y el 70% de los préstamos para consumo.

- a) **(1 punto)** Si se elige al azar un préstamo, calcule la probabilidad de que se pague.
- b) **(0.75 puntos)** Se elige un préstamo al azar que resulta impagado, ¿cuál es la probabilidad de que sea un préstamo para consumo?
- c) **(0.75 puntos)** Ante un préstamo impagado el director del banco afirma que es más probable que sea para vivienda que para consumo, ¿lleva razón el director?

EJERCICIO 4

El gasto mensual de las familias de un municipio se distribuye según una variable Normal con desviación típica igual a 180 euros. Seleccionadas 30 familias al azar, han tenido un gasto medio mensual de 900 euros.

- a) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo de confianza para el gasto medio mensual de las familias de ese municipio con un nivel de confianza del 98%.
- b) **(1.25 puntos)** Calcule el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el gasto medio mensual de las familias con un error no superior a 60 euros, con el mismo nivel de confianza.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) **(1.25 puntos)** Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

Determine la matriz X que verifica $B \cdot X = 3A + A^t$.

b) **(1.25 puntos)** Calcule la matriz Y que verifica $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot Y = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ -6 \end{pmatrix}$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 12 & \text{si } x < -3 \\ -x + 3 & \text{si } -3 \leq x \leq 2 \\ x - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$.

- a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ en su dominio.
- b) **(1 punto)** Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- c) **(0.5 puntos)** Calcule los extremos relativos.

EJERCICIO 3

En una urna A hay 10 bolas verdes y 10 rojas, y en otra urna B hay 15 verdes y 5 rojas. Se lanza un dado, de forma que si sale múltiplo de 3 se extrae una bola de la urna A y en el resto de casos se extrae una bola de la urna B.

- a) **(1.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja.
- b) **(1 punto)** Si la bola extraída resulta ser de color verde, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna B?

EJERCICIO 4

El peso de los sobres de café que fabrica una empresa sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 0.3 g. Se quiere construir un intervalo de confianza para estimar dicha media, con un nivel de confianza del 98%, y para ello se toma una muestra de 9 sobres.

- a) **(1 punto)** ¿Qué amplitud tendrá dicho intervalo?
- b) **(0.5 puntos)** ¿Cómo afectaría a dicha amplitud un aumento del tamaño de la muestra, manteniendo el mismo nivel de confianza?
- c) **(1 punto)** Obtenga el intervalo de confianza sabiendo que los pesos, en gramos, de los sobres de la muestra son: 7 7.1 7 6.93 7.02 7 7.01 6.5 7.1.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Se considera el recinto R del plano determinado por las siguientes inecuaciones:

$$5x - 4y \leq 20; \quad x + 8y \leq 48; \quad x \geq 2; \quad y \geq 0.$$

- a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente el recinto R y calcule sus vértices.
- b) **(0.5 puntos)** Halle los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x, y) = 2x + 12y$ en este recinto e indique dónde se alcanzan.
- c) **(0.5 puntos)** Razone si existen valores (x, y) pertenecientes al recinto para los que $F(x, y) = 100$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = x^3 - 24x^2 + 4x$.

- a) **(1.25 puntos)** Halle los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión.
- b) **(0.75 puntos)** Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = -2$.
- c) **(0.5 puntos)** En el punto de abscisa $x = 1$, ¿la función es creciente o decreciente?

EJERCICIO 3

En una empresa, el 65% de sus empleados habla inglés, y de éstos, el 40% habla también alemán. De los que no hablan inglés, el 25% habla alemán. Se escoge un empleado al azar:

- a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que hable ambos idiomas?
- b) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que hable alemán?
- c) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que, sabiendo que habla alemán, hable también inglés?

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) Los representantes de un partido político creen que la proporción de sus votantes será al menos del 35%. Para confirmarlo eligen una muestra al azar de 1200 votantes y obtienen que 336 de ellos son partidarios de votarles. Mediante un contraste de hipótesis, con $H_0 : p \geq 0.35$, y a un nivel de significación del 0.01, ¿se puede admitir como cierta la creencia de los representantes del partido político?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- a) **(1 punto)** Calcule A^3 .
- b) **(1.5 puntos)** Determine la matriz X para que $A \cdot X + B \cdot C = D$.

EJERCICIO 2

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

- a) **(0.75 puntos)** $f(x) = \frac{(x^2 - 5)^3}{3 - x^2}$.
- b) **(0.75 puntos)** $g(x) = e^{7x} \cdot (x - 5x^2)^2$.
- c) **(1 punto)** $h(x) = \frac{x \cdot \ln(1 - x^2)}{x - 3}$.

EJERCICIO 3

Un Centro de Salud propone dos terapias, A y B, para dejar de fumar. De las personas que acuden al Centro para dejar de fumar, el 45% elige la terapia A, y el resto la B. Después de un año el 70% de los que siguieron la terapia A y el 80% de los que siguieron la B no han vuelto a fumar.

Se elige al azar un usuario del Centro que siguió una de las dos terapias:

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que después de un año no haya vuelto a fumar.
- b) **(0.75 puntos)** Si transcurrido un año esa persona sigue sin fumar, calcule la probabilidad de que hubiera seguido la terapia A.
- c) **(0.75 puntos)** Si transcurrido un año esa persona ha vuelto a fumar, calcule la probabilidad de que hubiera seguido la terapia A.

EJERCICIO 4

Se conoce que la acidez de una solución es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica 0.2. Se ha tomado una muestra aleatoria de cinco soluciones y se han obtenido las siguientes medidas de la acidez:

7.92 7.95 7.91 7.9 7.94.

- a) **(1.25 puntos)** Halle el intervalo de confianza, al 99%, para la media poblacional.
- b) **(0.5 puntos)** ¿Qué error máximo se ha cometido en el intervalo anterior?
- c) **(0.75 puntos)** Para el mismo nivel de confianza, calcule el tamaño mínimo muestral que permita reducir el error anterior a la mitad.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Se desea maximizar la función $F(x, y) = 14x + 8y$ en el recinto dado por:

$$y + 3x \geq 9; \quad y \leq -\frac{4}{7}x + 14; \quad 5x - 2y \leq 15; \quad x \geq 0.$$

- a) **(1 punto)** Represente la región factible del problema.
- b) **(1 punto)** ¿Cuál es el valor máximo de F y la solución óptima del problema?
- c) **(0.5 puntos)** Obtenga un punto de la región factible que no sea el óptimo.

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & \text{si } x < 1 \\ -x^2 + 4x - 3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$.

- a) **(0.75 puntos)** Determine el dominio y estudie la continuidad de la función.
- b) **(1 punto)** Obtenga los extremos de la función.
- c) **(0.75 puntos)** Estudie su curvatura.

EJERCICIO 3

De los sucesos independientes A y B se sabe que $P(A^c) = 0.4$ y $P(A \cup B) = 0.8$.

- a) **(1.25 puntos)** Halle la probabilidad de B .
- b) **(0.75 puntos)** Halle la probabilidad de que no se verifique B si se ha verificado A .
- c) **(0.5 puntos)** ¿Son incompatibles los sucesos A y B ?

EJERCICIO 4

a) **(1.25 puntos)** Se considera la población $\{2, 4, 6\}$. Escriba todas las posibles muestras de tamaño dos elegidas mediante muestreo aleatorio simple y determine la desviación típica de las medias muestrales.

b) **(1.25 puntos)** En una ciudad se seleccionó una muestra aleatoria de 500 alumnos de Bachillerato a los que se les preguntó si poseían una determinada marca de teléfono móvil, resultando que 80 de ellos contestaron afirmativamente. Obtenga un intervalo de confianza, al 92%, para estimar la proporción de estudiantes de Bachillerato que poseen esa marca de teléfono móvil.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) **(1 punto)** Plantee, sin resolver, el siguiente problema:

“Un barco puede transportar vehículos de dos tipos: coches y motos. Las condiciones de la nave obligan a que el número de motos no pueda ser inferior a la cuarta parte del de coches ni superior a su doble; además, la suma del número de motos más el doble del número de coches no puede ser mayor que 100. ¿Cuántos vehículos, como máximo, puede transportar este barco?”

b) **(1.5 puntos)** Dado el recinto limitado por las inecuaciones

$$y \geq 30, \quad 3x - y \geq 150, \quad 6x + 7y \leq 840,$$

halle en qué puntos de ese recinto la función $F(x, y) = 6x - 2y$ alcanza su valor mínimo.

EJERCICIO 2

(2.5 puntos) Estudie la derivabilidad de la función

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } 0 < x \leq 3. \\ -x^2 + 6x + 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

EJERCICIO 3

Una granja avícola dedicada a la producción de huevos posee un sistema automático de clasificación en tres calibres según su peso: grande, mediano y pequeño. Se conoce que el 40% de la producción es clasificada como huevos grandes, el 35% como medianos y el 25% restante como pequeños. Además, se sabe que este sistema de clasificación produce defectos por rotura en el cascarón que dependen del peso. Así, la probabilidad de que un huevo grande sea defectuoso por esta razón es del 5%, la de uno mediano del 3% y de un 2% la de uno pequeño. Elegido aleatoriamente un huevo,

a) **(1.25 puntos)** ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?

b) **(1.25 puntos)** Si el huevo es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que sea grande?

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) Un director sanitario sostiene que el Índice de Masa Corporal (IMC) medio de los adolescentes de su distrito no supera el nivel 25 (sobrepeso). Para contrastar su afirmación toma una muestra aleatoria de 225 adolescentes que da como resultado un IMC medio de 26. Sabiendo que el IMC sigue una distribución Normal con desviación típica 5 discuta, mediante un contraste de hipótesis con $H_0 : \mu \leq 25$, si la afirmación del director sanitario es correcta, con un nivel de significación del 5%.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) **(1 punto)** Calcule A^2 y A^{2013} .
- b) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + I_2 = 5B^t - A^2$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2-x} & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 6x + 6 & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

- a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función.
- b) **(1 punto)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3

A la Junta General de Accionistas de una empresa asisten 105 accionistas de los cuales 45 tienen menos de 40 años y 18 más de 60 años. Sometida a votación una propuesta, es rechazada por la tercera parte de los menores de 40 años, por la tercera parte de los que están entre 40 y 60 años y por 4 personas mayores de 60 años; los demás la aceptan.

- a) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que, elegida una persona al azar, tenga menos de 40 años y haya aceptado la propuesta.
- b) **(0.75 puntos)** La prensa afirmó que la propuesta había sido aceptada por el 80% de los asistentes, ¿es correcta la afirmación?
- c) **(1 punto)** Si una persona escogida al azar ha rechazado la propuesta, ¿qué probabilidad hay de que tenga más de 60 años?

EJERCICIO 4

En una población próxima a un puerto deportivo se quiere estimar la proporción de habitantes que navegan al menos una vez a la semana. Se toma una muestra, al azar, de 400 habitantes de la población, de los que 160 afirman navegar al menos una vez en semana.

- a) **(1.5 puntos)** Halle el intervalo de confianza del 90% para la proporción de habitantes que navegan al menos una vez en semana.
- b) **(1 punto)** A la vista del resultado, se pretende repetir la experiencia para conseguir una cota del error de 0.1 con el mismo nivel de confianza del apartado anterior. ¿Cuántos individuos debe tener al menos la muestra?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) **(1.25 puntos)** Obtenga a y b sabiendo que $A^2 = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. ¿Es A simétrica?
- b) **(1.25 puntos)** Para los valores $a=3$ y $b=1$ calcule la matriz X tal que $A \cdot B = 2(X - 3I_2)$.

EJERCICIO 2

Los beneficios de una empresa en sus primeros 8 años vienen dados, en millones de euros, por la función

$$B(t) = \frac{t^3}{4} - 3t^2 + 9t, \quad 0 \leq t \leq 8$$

donde la variable t indica el tiempo transcurrido, en años, desde su fundación.

- a) **(1.5 puntos)** Estudie la monotonía y los extremos de $B(t)$.
- b) **(1 punto)** Dibuje la gráfica de $B(t)$ en el intervalo $[0, 8]$ y explique, a partir de ella, la evolución de los beneficios de esta empresa en sus 8 años de existencia.

EJERCICIO 3

El 55% de los alumnos de un centro docente utiliza en su desplazamiento transporte público, el 30% usa vehículo propio y el resto va andando. El 65% de los que utilizan transporte público son mujeres, el 70% de los que usan vehículo propio son hombres y el 52% de los que van andando son mujeres.

- a) **(1.5 puntos)** Elegido al azar un alumno de ese centro, calcule la probabilidad de que sea hombre.
- b) **(1 punto)** Elegido al azar un hombre, alumno de ese centro, ¿cuál es la probabilidad de que vaya andando?

EJERCICIO 4

Se quiere estimar la proporción de hembras entre los peces de una piscifactoría; para ello se ha tomado una muestra aleatoria de 500 peces, y en ella hay 175 hembras.

- a) **(1.5 puntos)** Calcule un intervalo de confianza para la proporción de hembras en esta población de peces, con un nivel de confianza del 94%.
- b) **(1 punto)** A la vista del resultado del muestreo se quiere repetir la experiencia para conseguir un intervalo de confianza con el mismo nivel y un error máximo de 0.02, ¿cuál es el tamaño mínimo que debe tener la nueva muestra?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Un fabricante de tapices dispone de 500 kg de hilo de seda, 400 kg de hilo de plata y 225 kg de hilo de oro. Desea fabricar dos tipos de tapices: A y B. Para los del tipo A se necesita 1 kg de hilo de seda y 2 kg de hilo de plata, y para los del tipo B, 2 kg de hilo de seda, 1 kg de hilo de plata y 1 kg de hilo de oro. Cada tapiz del tipo A se vende a 2000 euros y cada tapiz del tipo B a 3000 euros. Si se vende todo lo que se fabrica,

- a) **(2 puntos)** ¿cuántos tapices de cada tipo ha de fabricar para que el beneficio sea máximo y cuál es ese beneficio?
- b) **(0.5 puntos)** ¿Qué cantidad de hilo de cada clase quedará cuando se fabrique el número de tapices que proporciona el máximo beneficio?

EJERCICIO 2

Sea $f(x)$ una función cuya función derivada, $f'(x)$, tiene por gráfica una parábola que corta al eje OX en los puntos $(-1,0)$ y $(5,0)$ y con vértice $(2,-4)$.

- a) **(1 punto)** Estudie razonadamente la monotonía de $f(x)$.
- b) **(0.5 puntos)** Determine las abscisas de los extremos relativos de la función $f(x)$.
- c) **(1 punto)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 2$, sabiendo que $f(2) = 5$.

EJERCICIO 3

De los sucesos aleatorios independientes A y B se sabe que $P(A) = 0.3$ y que $P(B^c) = 0.25$. Calcule las siguientes probabilidades:

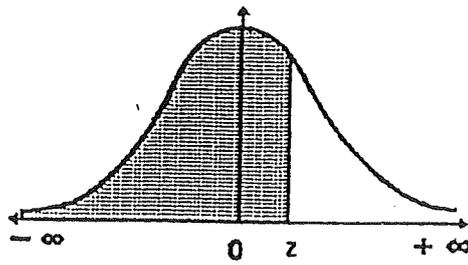
- a) **(0.75 puntos)** $P(A \cup B)$.
- b) **(0.75 puntos)** $P(A^c \cap B^c)$.
- c) **(1 punto)** $P(A/B^c)$.

EJERCICIO 4

El tiempo que los españoles dedican a ver la televisión los domingos es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica 75 minutos. Elegida una muestra aleatoria de españoles se ha obtenido, para la media de esa distribución, el intervalo de confianza $(188.18, 208.82)$, con un nivel del 99%.

- a) **(1.5 puntos)** Calcule la media muestral y el tamaño de la muestra.
- b) **(1 punto)** Calcule el error máximo permitido si se hubiese utilizado una muestra de tamaño 500 y un nivel de confianza del 96%.

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL N(0;1)



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99909	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99959	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997
4.0	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z, con distribución N(0;1), esté por debajo del valor z.