UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2015-2016

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Instrucciones:	**a) Duración: 1 hora y 30 minutos.**
	b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
	c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
	d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
	e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1 & 4 & 0\\ 2 & -3 & 1\end{pmatrix}$.

a) **(1.7 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $C\cdot B\cdot X-2A\cdot X=A^t$.

b) **(0.8 puntos)** Analice cuáles de las siguientes operaciones, sin efectuarlas, se pueden realizar y justifique las respuestas: $B\cdot C+2A$, $A\cdot C+C$, $B^t\cdot C$, $C\cdot B-A$.

EJERCICIO 2

(2.5 puntos) Una fábrica produce entre 1000 y 6000 bombillas al día. El coste diario de producción, en euros, de x bombillas viene dado por la función

$$C(x)=9000+0.08x+\frac{2000000}{x}, \qquad \text{con } 1000\le x\le 6000.$$

¿Cuántas bombillas deberían producirse diariamente para minimizar costes? ¿Cuál sería dicho coste?

EJERCICIO 3

El 60% de los jóvenes de una ciudad usa Facebook, el 80% usa WhatsApp y el 4% usa Facebook pero no WhatsApp.

a) **(0.5 puntos)** Halle el porcentaje de jóvenes de esa ciudad que usa ambas aplicaciones.

b) **(0.75 puntos)** Calcule el porcentaje de esos jóvenes que usa WhatsApp pero no Facebook.

c) **(0.75 puntos)** Entre los jóvenes que usan WhatsApp, ¿qué porcentaje usa también Facebook?

d) **(0.5 puntos)** Los sucesos "usar Facebook" y "usar WhatsApp", ¿son independientes?

EJERCICIO 4

a) **(1.5 puntos)** La talla de los individuos de una población sigue una distribución Normal con desviación típica 8 cm y media desconocida. A partir de una muestra aleatoria se ha obtenido un intervalo de confianza al 95% para estimar la talla media poblacional, que ha resultado ser (164.86, 171.14) en cm.

Calcule la talla media de la muestra y el tamaño muestral mínimo necesario para reducir a la mitad el error máximo de estimación anterior.

b) **(1 punto)** En un club privado con 243 usuarios se ha seleccionado una muestra para hacer un sondeo, según la actividad realizada y por muestreo aleatorio estratificado. En esa muestra, 5 usuarios practican Yoga, 7 Pilates y 15 Mantenimiento, ¿cuántos usuarios están inscritos en cada actividad en ese club?

Universidades Públicas de Andalucía

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2015-2016

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Una empresa fabrica dos tipos de agua de colonia, A y B. La colonia A contiene un 5% de extracto de rosas y un 10% de alcohol, mientras que la B se fabrica con un 10% de extracto de rosas y un 15% de alcohol. El precio de venta de la colonia A es de 24 €/litro y el de la B es de 40 €/litro. Se dispone de 70 litros de extracto de rosas y de 120 litros de alcohol. ¿Cuántos litros de cada colonia convendría fabricar para que el importe de la venta de la producción sea máximo?

EJERCICIO 2

Los beneficios de una empresa, en miles de euros, han evolucionado en los 25 años de su existencia según una función del tiempo, en años, dada por la siguiente expresión:

$$B(t)=\begin{cases} 4t & si \quad 0\le t<10 \\ -\frac{1}{5}t^2+8t-20 & si \quad 10\le t\le 25 \end{cases}$$

a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y derivabilidad de B en el intervalo [0, 25].
b) **(1 punto)** Estudie la monotonía de esta función y determine en qué año fueron mayores los beneficios de esta empresa y cuál fue su beneficio máximo.
c) **(0.5 puntos)** Represente gráficamente esta función.

EJERCICIO 3

De los sucesos A y B de un experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A)=0.4, \quad P(B)=0.5, \quad P\left((A\cup B)^C\right)=0.1.$$

a) **(0.75 puntos)** Razone si A y B son sucesos compatibles.
b) **(0.75 puntos)** Razone si A y B son sucesos independientes.
c) **(0.5 puntos)** Calcule $P\left(A\cap B^C\right)$.
d) **(0.5 puntos)** Calcule $P\left(A/B^C\right)$.

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) En un artículo de internet se afirma que el número medio de mensajes de WhatsApp que mandan los jóvenes al día no es inferior a 40.
Para contrastar dicha información se elige una muestra aleatoria de 100 jóvenes y se observa que envían una media de 38 mensajes al día. Se sabe que el número de mensajes enviados diariamente sigue una distribución Normal de desviación típica 2. Con un nivel de significación del 5% plantee un contraste, $(H_0 : \mu\ge 40)$, determine la región de rechazo y concluya si ¿se puede aceptar la afirmación del artículo de internet?

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea la región factible definida por las siguientes inecuaciones:

$$x+y\le 20 \qquad x-y\ge 0 \qquad 5x-13y+8\le 0\,.$$

a) **(1.5 puntos)** Represéntela gráficamente y calcule sus vértices.
b) **(0.4 puntos)** Razone si el punto (3, 2.5) está en la región factible.
c) **(0.6 puntos)** Determine el valor máximo y el mínimo de la función $F(x,y)=x-y+6$ en esa región y los puntos en los que se alcanzan.

EJERCICIO 2

a) **(1.2 puntos)** Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x)=(x^2-1)\cdot(3x^3+5x)^3 \qquad g(x)=\frac{\ln(3x)}{e^{2x}}$$

b) **(0.7 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x)=\dfrac{3x+6}{2x+1}$ en el punto de abscisa $x=1$.
c) **(0.6 puntos)** Determine, si existen, las ecuaciones de las asíntotas de la función $h(x)$.

EJERCICIO 3

En un centro de estudios que tiene 250 estudiantes, hay 50 que tienen problemas visuales y 20 que tienen problemas auditivos. Los sucesos “tener problemas visuales” y “tener problemas auditivos” son independientes.
Se elige un estudiante al azar, calcule las probabilidades de los sucesos siguientes:
a) **(0.75 puntos)** Tener problemas visuales y auditivos.
b) **(0.75 puntos)** No tener problemas visuales ni auditivos.
c) **(1 punto)** Tener algún problema auditivo si no tiene problemas visuales.

EJERCICIO 4

Se sabe que el diámetro de las estrellas de mar de una región sigue una ley Normal con varianza 2.25 cm^2. Se sospecha que, igual que ocurre en otras regiones, su diámetro no supera los 11.7 cm $(H_0: \mu \le 11.7)$. Para confirmarlo se extrae una muestra aleatoria de estrellas de mar de esa región, obteniéndose los siguientes diámetros:

12.5 11.8 13.1 14.3 11.7 12.6 12.7 12.1 13.5 11.5

a) **(1.75 puntos)** Plantee un contraste de hipótesis, y para un nivel de significación del 5%, obtenga la región de rechazo del contraste. ¿Se puede confirmar la sospecha?
b) **(0.75 puntos)** ¿Y para un nivel de significación del 3%, se puede confirmar la sospecha?

Instrucciones:	**a) Duración: 1 hora y 30 minutos.**
	b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
	c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
	d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
	e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $X\cdot\left(B\cdot B^t\right)=\frac{1}{2}A-2A^t$.

b) **(1 punto)** Razone cuáles de las siguientes operaciones pueden realizarse e indique, en su caso, la dimensión de la matriz resultante:

$$A\cdot B,\qquad A\cdot B^t,\qquad B\cdot A^{-1},\qquad B^t\cdot A+A^{-1}.$$

EJERCICIO 2

La función de costes de una fábrica, $f(x)$, en miles de euros, viene dada por la expresión:

$$f(x)=2x^2-36x+200,$$

donde x es la cantidad fabricada del producto, en miles de kilogramos.

a) **(0.8 puntos)** Determine la cantidad a fabricar para minimizar el coste y calcule este coste mínimo.

b) **(0.8 puntos)** A partir del signo de $f'(7)$, ¿qué se puede decir del coste para una producción de siete mil kilogramos?

c) **(0.9 puntos)** Dibuje la gráfica de la función de costes. ¿Para qué cantidad o cantidades fabricadas el coste es de 200000 €?

EJERCICIO 3

En un aeropuerto internacional operaron 300000 vuelos en un determinado año, distribuidos de la siguiente forma: 150000 en la terminal A, 100000 en la B y 50000 en la C. En ese año se sabe que sufrieron retrasos el 10% de los vuelos de la terminal A, el 8% de la B y el 5% de la C. Determine, para un vuelo elegido al azar, las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) **(1.25 puntos)** Que no sufriera retraso.

b) **(1.25 puntos)** Que operase en la terminal A, sabiendo que tuvo retraso.

EJERCICIO 4

El peso de los paquetes de azúcar de una marca, medido en gramos, sigue una distribución Normal con desviación típica de 16 gramos. A partir de una muestra de 100 paquetes de azúcar de dicha marca, se obtuvo un peso medio de 247 gramos.

a) **(1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza para el peso medio de los paquetes de azúcar de esa marca, con un nivel de confianza del 97%.

b) **(1 punto)** Determine el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el peso medio con un error máximo de 0.5 gramos, a un nivel de confianza del 95%.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2015-2016	MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Universidades Públicas de Andalucía

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.

c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.

d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.

e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) **(0.5 puntos)** Si A es una matriz de dimensión m x n, indique la dimensión de una matriz X si se verifica que $\left(A^t \cdot A\right) \cdot X = I_n$.

b) **(1.25 puntos)** Calcule dicha matriz X en el caso en que $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

c) **(0.75 puntos)** Calcule, si es posible, el producto $A \cdot \left(A^t \cdot A\right)$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{a}x^2 + 1 & si \quad x \leq 2 \\ -x + a & si \quad x > 2 \end{cases}$, con $a > 0$.

a) **(1.3 puntos)** Calcule el valor del parámetro a para que la función sea continua en su dominio. En este caso, ¿sería derivable en su dominio?

b) **(1.2 puntos)** Para el valor $a = 4$, represente gráficamente la función y halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -1$.

EJERCICIO 3

Disponemos de tres monedas: 1 dólar, 1 libra y 1 euro.

La moneda de 1 dólar está trucada y la probabilidad de que salga cara es el doble de la probabilidad de que salga cruz. La moneda de 1 libra también está trucada y tiene dos caras y la de 1 euro es correcta. Se escoge una de las tres monedas al azar y se lanza.

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara?

b) **(1 punto)** Sabiendo que salió cruz, ¿cuál es la probabilidad de que la moneda lanzada fuera la de 1 dólar?

EJERCICIO 4

Para estudiar el número de personas que van al cine mensualmente en una ciudad, se ha seleccionado una muestra aleatoria de 10 meses y se ha registrado el número de entradas al cine vendidas en cada mes. Los datos son los siguientes:

682 553 555 666 657 649 522 568 700 552

a) **(2 puntos)** Suponiendo que el número de entradas vendidas mensualmente sigue una distribución Normal con desviación típica 50 entradas, calcule un intervalo de confianza, con un nivel del 95%, para el número medio de personas que van al cine mensualmente en esa ciudad.

b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es el error máximo que se comete al estimar esta media con este intervalo?

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & 3\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}-1\\ -1\end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y en dichos casos calcule el resultado: $A\cdot B$, $B\cdot A$, $B\cdot C$ y $C^t\cdot B^t$.

b) **(1.5 puntos)** Calcule la matriz X en la ecuación $A\cdot X+B^t=4C$.

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{4}{x} & si \quad x\leq 2\\ x^2-2x+2 & si \quad x>2\end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de esta función.
b) **(1 punto)** Estudie su monotonía y su curvatura para $x > 0$.

EJERCICIO 3

De los alumnos que se presentaron a las pruebas de selectividad de una provincia, 1150 se examinaron de Geografía; de estos, 598 eligieron la opción A. Se sabe que aprobaron esa asignatura el 78% de los que eligieron la opción A y el 74% de los que eligieron la opción B. Se ha escogido al azar uno de los alumnos que se examinaron de Geografía.
a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que este alumno haya aprobado esta asignatura?
b) **(1 punto)** Si se sabe que este alumno ha aprobado Geografía, ¿cuál es la probabilidad de que haya elegido la opción A?

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) La proporción de nacimientos que ocurren con luna llena en los hospitales de una ciudad se consideraba no inferior a 0.45, pero un estudio afirma que en la actualidad esta proporción ha descendido. Para contrastar esta hipótesis se han elegido al azar, en estos hospitales, a 200 recién nacidos, de los cuales 70 nacieron con luna llena. Decida mediante un contraste de hipótesis, con $H_0: p\geq 0.45$, si la afirmación del estudio es correcta con un nivel de significación del 1%, indicando la región de rechazo.

Instrucciones:	**a) Duración: 1 hora y 30 minutos.**
	b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
	c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
	d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
	e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Las filas de la matriz P indican los respectivos precios de tres artículos A_1, A_2 y A_3 en dos comercios, C_1 (fila 1) y C_2 (fila 2): $P=\begin{pmatrix}25 & 20 & 15\\ 23 & 25 & 17\end{pmatrix}$.

Cati desea comprar 2 unidades del artículo A_1, 1 de A_2 y 3 de A_3.

Manuel desea comprar 5 unidades de A_1, 1 de A_2 y 1 de A_3.

Han dispuesto esas compras en la matriz Q : $Q=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 5 & 1 & 1\end{pmatrix}$

a) **(1.8 puntos)** Calcule $P\cdot Q^t$ y $Q\cdot P^t$ e indique el significado de los elementos de las matrices resultantes.

b) **(0.7 puntos)** A la vista de lo obtenido en el apartado anterior, ¿dónde les interesa hacer la compra a cada uno?

EJERCICIO 2

a) **(1.2 puntos)** Calcule los valores de a y b para que la función

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{b}{2-x} & si \quad x\le 1\\ ax^2-3x+1 & si \quad x>1\end{cases}$$

sea derivable en el punto de abscisa $x = 1$.

b) **(1.3 puntos)** Para $a = 1$ y $b = 2$, estudie su monotonía y determine las ecuaciones de sus asíntotas, si existen.

EJERCICIO 3

Marta tiene dos trajes rojos, un traje azul y uno blanco. Además, tiene un par de zapatos de color rojo, otro de color azul y dos pares blancos. Si decide aleatoriamente qué ponerse, determine las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) **(0.8 puntos)** Llevar un traje rojo y unos zapatos blancos.

b) **(0.9 puntos)** No ir toda vestida de blanco.

c) **(0.8 puntos)** Calzar zapatos azules o blancos.

EJERCICIO 4

Se desea estimar la media de una variable aleatoria Normal cuya desviación típica es 2.5. Para ello, se toma una muestra aleatoria, obteniéndose los siguientes datos:

18 18.5 14 16.5 19 20 20.5 17 18.5 18

a) **(1 punto)** Determine un intervalo de confianza al 96% para la media poblacional.

b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es el error máximo cometido con esa estimación?

c) **(1 punto)** Con el mismo nivel de confianza, si queremos que el error máximo sea inferior a 1, ¿qué tamaño muestral mínimo debemos tomar?

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un taller fabrica y vende dos tipos de alfombras, de seda y de lana. Para la elaboración de una unidad se necesita un trabajo manual de 2 horas para el primer tipo y de 3 horas para el segundo y de un trabajo de máquina de 2 horas para el primer tipo y de 1 hora para el segundo. Por cuestiones laborales y de planificación, se dispone de hasta 600 horas al mes para el trabajo manual y de hasta 480 horas al mes para el destinado a la máquina.
Si el beneficio por unidad para cada tipo de alfombra es de 150 € y 100 €, respectivamente, ¿cuántas alfombras de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio? ¿A cuánto asciende el mismo?

EJERCICIO 2

La cantidad, C, que una entidad bancaria dedica a créditos depende de su liquidez, x, según la función

$$C(x)=\begin{cases} \dfrac{150+5x}{100} & si \quad 10\le x\le 50 \\ \dfrac{200+10x}{25+3x} & si \quad x>50 \end{cases}$$

donde C y x están expresadas en miles de euros.
a) **(1 punto)** Justifique que C es una función continua.
b) **(1 punto)** ¿A partir de qué liquidez decrece la cantidad dedicada a créditos? ¿Cuál es el valor máximo de C?
c) **(0.5 puntos)** Calcule la asíntota horizontal e interprételа en el contexto del problema.

EJERCICIO 3

En una encuesta sobre la nacionalidad de los veraneantes en un municipio de la costa andaluza, se ha observado que el 40% de los encuestados son españoles y el 60% extranjeros, que el 30% de los españoles y el 80% de los extranjeros residen en un hotel y el resto en otro tipo de residencia.
Se elige al azar un veraneante del municipio.
a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que no resida en un hotel?
b) **(1 punto)** Si no reside en un hotel, ¿cuál es la probabilidad de que sea español?
c) **(0.5 puntos)** ¿Son independientes los sucesos “ser extranjero” y “residir en un hotel”?

EJERCICIO 4

El peso de los habitantes de una determinada ciudad sigue una ley Normal de media 65 kg y desviación típica 8 kg.
a) **(0.75 puntos)** ¿Qué distribución sigue la media de los pesos de las muestras de habitantes de tamaño 64 extraídas de esa ciudad?
b) **(1.75 puntos)** Si se extrae una muestra aleatoria de tamaño 100 de esa ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio de esa muestra esté comprendido entre 64 y 65 kg?

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$.

a) **(1.7 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A^2 \cdot X + C = 2B$.
b) **(0.8 puntos)** ¿Qué dimensiones deben tener las matrices P y Q para que las matrices $(B+C)\cdot P$ y $B \cdot Q \cdot C^t$ sean cuadradas?

EJERCICIO 2

De una función continua y derivable, f, se sabe que la gráfica de la función derivada, f', es una parábola que pasa por los puntos $(-1, 0)$ y $(3, 0)$ y que tiene su vértice en el punto $(1, -2)$.
a) **(1.5 puntos)** Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f, así como la existencia de extremos.
b) **(1 punto)** Si $f(1) = 2$, encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 3

Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que

$$P(A) = 0.3, \quad P(B) = 0.6, \quad P(A^C \cap B^C) = 0.28.$$

a) **(1 punto)** Halle la probabilidad de que ocurran ambos sucesos a la vez.
b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que ocurra A sabiendo que no ha ocurrido B.
c) **(0.5 puntos)** ¿Son A y B independientes?

EJERCICIO 4

Una cadena de hipermercados decide estudiar la proporción de artículos de un determinado tipo que tienen defectos en su envoltorio. Para ello, selecciona aleatoriamente 2000 artículos de este tipo entre sus hipermercados y encuentra que 19 de ellos tienen defectos en su envoltorio.
a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo, al 95% de confianza, para la proporción real de artículos con este tipo de defecto e interprete el resultado obtenido.
b) **(1 punto)** ¿Cuántos artículos, como mínimo, deberá seleccionar para que, con un nivel de confianza del 99%, la proporción muestral difiera de la proporción real a lo sumo en un 1%?

Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
	b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
	c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
	d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
	e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1.5 puntos)** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:

$$2x - y \leq -2 \qquad 4x - 2y \geq -10 \qquad 5x - y \leq 4 \qquad x \geq 0$$

b) **(1 punto)** Calcule los valores extremos de la función $F(x,y) = 6x - 3y$, en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + a & si \quad x < 2 \\ \dfrac{1}{x-1} & si \quad x \geq 2 \end{cases}$

a) **(1.3 puntos)** Calcule el valor de a para que la función sea continua en $x = 2$. Para ese valor de a obtenido, ¿es derivable la función en $x = 2$?

b) **(1.2 puntos)** Para $a = 4$, estudie la monotonía y calcule las ecuaciones de las asíntotas, si existen.

EJERCICIO 3

El aparcamiento de una sala de conciertos está completo el 85% de los días. El 90% de los días que el aparcamiento está completo, la sala de conciertos está llena, y el 22% de los días que el aparcamiento no está completo, la sala de conciertos no está llena.

Elegido un día al azar,

a) **(1.5 puntos)** ¿cuál es la probabilidad de que la sala de conciertos esté llena?

b) **(1 punto)** Si se sabe que la sala de conciertos está llena, ¿cuál es la probabilidad de que el aparcamiento esté completo?

EJERCICIO 4

a) **(1.25 puntos)** Se desea tomar una muestra aleatoria estratificada de las personas mayores de edad de un municipio, cuyos estratos son los siguientes intervalos de edades, en años: de 18 a 30, de 31 a 45, de 46 a 60 y mayores de 60. En el primer intervalo hay 7500 personas, en el segundo hay 8400, en el tercero 5700 y en el cuarto 3000. Calcule el tamaño de la muestra total y su composición, sabiendo que el muestreo se hace con afijación proporcional y se han elegido al azar 375 personas del primer estrato.

b) **(1.25 puntos)** Dada la población $\{2, 4, 6\}$ construya todas las muestras posibles de tamaño 2, que se puedan formar mediante muestreo aleatorio simple, y halle la varianza de las medias muestrales de todas las muestras.