PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- Considera la función f definida por

$$f(x) = \frac{x^2+3x+4}{2x+2} \quad \text{para} \quad x \neq -1.$$

(a) [1,5 puntos] Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f.

(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función $f\colon (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{1+e^x}{1-e^x}$. Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1,1)$. (Sugerencia: cambio de variable $t = e^x$).

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula todas las matrices $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ tales que $a+d=1$, tienen determinante 1 y cumplen $AX = XA$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.- Considera la recta $r \equiv \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-1}{1}$ y los planos $\pi_1 \equiv\ x=0$ y $\pi_2 \equiv\ y=0$.

(a) [1,25 puntos] Halla los puntos de la recta r que equidistan de los planos π_1 y π_2.

(b) [1,25 puntos] Determina la posición relativa de la recta r y la recta intersección de los planos π_1 y π_2.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x-a)e^x$.

(a) [1,25 puntos] Determina a sabiendo que la función tiene un punto crítico en $x = 0$.

(b) [1,25 puntos] Para $a = 1$, calcula los puntos de inflexión de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Considera la funciones $f\colon (-2,+\infty) \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \ln(x+2)$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano) y $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $g(x) = \dfrac{1}{2}(x-3)$.

(a) [1 punto] Esboza el recinto que determinan la gráfica de f, la gráfica de g, la recta $x = 1$ y la recta $x = 3$. (No es necesario calcular los puntos de corte entre las dos gráficas).

(b) [1,5 puntos] Determina el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2-m & 1 & 2m-1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2m^2-1 \\ m \\ 1 \end{pmatrix}$,

considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $X^tA = B^t$, donde X^t, B^t denotan las traspuestas. Discútelo según los distintos valores de m.

Ejercicio 4.- Considera el triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1,1,0)$, $B(1,0,2)$ y $C(0,2,1)$.

(a) [1,25 puntos] Halla el área de dicho triángulo.

(b) [1,25 puntos] Calcula el coseno del ángulo en el vértice A.

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dada la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 6 - \dfrac{1}{6}x^2$, calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima, de lados paralelos a los ejes, inscrito en el recinto comprendido entre la gráfica de f y la recta $y = 0$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f\colon (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ sabiendo que es derivable, que su función derivada cumple

$$f'(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$$

($\ln$ denota la función logaritmo neperiano) y que la gráfica de f pasa por el punto $(1, 0)$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{\begin{array}{rcl} x + y + 2z & = & 0 \\ (m+2)x + y - z & = & m \\ 3x + (m+2)y + z & = & m \end{array}\right.$$

(a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de m.

(b) [1 punto] Resuelve el sistema, si es posible, para $m = 0$.

Ejercicio 4.- Se consideran los vectores $\vec{u} = (1, 2, 3)$, $\vec{v} = (1, -2, -1)$ y $\vec{w} = (2, \alpha, \beta)$, donde α y β son números reales.

(a) [0,75 puntos] Determina los valores de α y β para los que $\vec{w}$ es ortogonal a los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

(b) [0,75 puntos] Determina los valores de α y β para los que $\vec{w}$ y $\vec{v}$ tienen la misma dirección.

(c) [1 punto] Para $\alpha = 8$, determina el valor de β para el que $\vec{w}$ es combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
- **a) Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- **b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- **c)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- **d)** En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se sabe que la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) + ax + b & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

(ln denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula a y b.

Ejercicio 2.- Sea la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = xe^{-x^2}$.

(a) [1,25 puntos] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes coordenados y los extremos relativos de f (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

(b) [1,25 puntos] Determina $a > 0$ de manera que sea $\dfrac{1}{4}$ el área del recinto determinado por la gráfica de f en el intervalo $[0, a]$ y el eje de abscisas.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula, en grados, los tres ángulos de un triángulo sabiendo que el menor de ellos es la mitad del ángulo mayor y que la suma del ángulo menor y el ángulo mayor es el doble del otro ángulo.

Ejercicio 4.- Considera las rectas $r \equiv \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-k}{2} = \dfrac{z}{2}$ y $s \equiv \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$.

(a) [1,5 puntos] Halla k sabiendo que ambas rectas se cortan en un punto.

(b) [1 punto] Para $k = 1$, halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a s.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\cos(x) - e^{-2x} - 2x}{\operatorname{sen}^2(x)}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\displaystyle\int \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right)\, dx$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(a) **[1 punto]** Calcula los valores de m para los cuales A tiene inversa.

(b) **[1,5 puntos]** Para $m = 2$, encuentra la matriz X que cumple $AX - BB^t = I$, siendo B^t la matriz traspuesta de B e I la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 4.- Considera el punto $A(2,1,0)$ y los planos $\pi_1 \equiv x + y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv x - y + z = 0$.

(a) **[1,25 puntos]** Calcula la recta que pasa por A y es paralela a π_1 y a π_2.

(b) **[1,25 puntos]** Calcula los puntos de la recta $s \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{2}$ que equidistan de π_1 y π_2.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se sabe que la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 2b & \text{si} \quad x \leq 0 \\[2mm] \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

(ln denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula a y b.

Ejercicio 2.- Sean las funciones $f, g\colon [0, \pi] \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ y $g(x) = \operatorname{sen}(2x)$.

(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

(b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por ambas gráficas y las rectas $x = 0$ y $x = \dfrac{\pi}{3}$.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{ \begin{array}{rcl} mx - y + 13z & = & 0 \\ 2x - my + 4z & = & 0 \\ x + y + 7z & = & 0 \end{array} \right.$$

(a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

(b) [1 punto] Resuelve el sistema para $m = 3$. En este caso, ¿hay alguna solución en la que $x = 10$? Razona tu respuesta.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(0, 3, -1)$ y $B(0, 1, a)$ y el plano π de ecuación $x - y + z = 0$.

(a) [0,75 puntos] Determina a sabiendo que la recta que pasa por A y por B es paralela al plano π.

(b) [0,75 puntos] Halla el punto de corte del plano π con la recta que pasa por A y es perpendicular a dicho plano.

(c) [1 punto] Para $a = 2$, halla el plano que contiene a los puntos A y B y es perpendicular al plano π.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- Se considera la función $f\colon (-2\,\pi, 2\,\pi) \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{2+\cos(x)}$$

(a) [1,5 puntos] Calcula sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

(b) [1 punto] Halla sus máximos y mínimos relativos (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{x^4}{x^2-1}$ para $x \neq 1, -1$.

(a) [2 puntos] Halla todas las funciones primitivas de f.

(b) [0,5 puntos] Calcula la primitiva que pasa por $(2, 0)$.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ de la que se sabe que tiene determinante 5.

(a) [1,75 puntos] Calcula, indicando las propiedades que utilices, los determinantes de las matrices siguientes:

$3A$ y $\begin{pmatrix} 2a & d+3a & g \\ 2b & e+3b & h \\ 2c & f+3c & i \end{pmatrix}$.

(b) [0,75 puntos] Si B es otra matriz cuadrada de orden 3 y tiene determinante 4, calcula, indicando también las propiedades que utilices, el determinante de la matriz BA^{-1}.

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por el punto $P(2, -2, -1)$ con vector director $\vec{v} = (k, 3+k, -2k)$ y sea π el plano de ecuación $-x + 2y + 2z - 1 = 0$.

(a) [0,5 puntos] Calcula el valor de k para que r sea paralela a π.

(b) [0,5 puntos] Calcula el valor de k para que r sea perpendicular a π.

(c) [1,5 puntos] Para $k = -1$, calcula los puntos de r que distan 3 unidades de π.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se sabe que la gráfica de la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c\,,$$

tiene un punto de inflexión para $x = 1$ y que la ecuación de la recta tangente a dicha gráfica en ese punto es $y = -6x + 6$. Calcula a, b y c.

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f, g\colon [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = \operatorname{sen}(x)$.

(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

(b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto delimitado por las gráficas de f y de g en el intervalo $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$.

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de a para los que el sistema dado por $AX = 2X$ tiene infinitas soluciones.

(b) [1 punto] Para $a = 0$, si es posible, resuelve $AX = 2X$.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(-5, 3, 1)$ y la recta $r \equiv \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$.

(a) [1 punto] Calcula la ecuación general del plano que pasa por P y contiene a r.

(b) [1,5 puntos] Calcula la ecuación de la recta que pasa por P y corta perpendicularmente a r.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- Según un determinado modelo, la concentración en sangre de cierto medicamento viene dada por la función $C(t) = te^{-t/2}$ mg/ml, siendo t el tiempo en horas transcurridas desde que se le administra el medicamento al enfermo.

(a) **[2 puntos]** Determina, si existe, el valor máximo absoluto de la función y en qué momento se alcanza.

(b) **[0,5 puntos]** Sabiendo que la máxima concentración sin peligro para el paciente es 1 mg/ml, señala si en algún momento del tratamiento hay riesgo para el paciente.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Dado un número real $a > 0$, considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = x^2 - ax$, y la recta $y = 2ax$. Determina a sabiendo que el área del recinto limitado por la gráfica de f y la recta anterior es 36.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, halla la matriz X que cumple $AX = (A^{-1}A^t + I)^2$, siendo A^t la matriz traspuesta de A e I la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 4.- Considera la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x + y + 2 & = & 0 \\ -y + z + 5 & = & 0 \end{array} \right.$ y el plano $\pi \equiv 2x + y - mz = 1$.

(a) **[1,25 puntos]** Calcula m sabiendo que r y π son paralelos.

(b) **[1,25 puntos]** Para $m = -1$, calcula la distancia entre r y π.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dada $f\colon (1,e) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \dfrac{1}{x} + \ln(x)$ (ln denota la función logaritmo neperiano), determina la recta tangente a la gráfica de f que tiene pendiente máxima.

Ejercicio 2.- Sea $f\colon \left[0, \dfrac{\pi}{6}\right] \to \mathbb{R}$ una función continua y sea F la primitiva de f que cumple $F(0) = \dfrac{\pi}{3}$ y $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \pi$. Calcula:

(a) [1 punto] $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \big(3f(x) - \cos(x)\big)\, dx$

(b) [1,5 puntos] $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{sen}\big(F(x)\big) f(x)\, dx$

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{\begin{array}{rcl} x + \lambda y + z & = & 4 \\ -\lambda x + y + z & = & 1 \\ x + y + z & = & \lambda + 3 \end{array}\right.$$

(a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de λ.

(b) [1 punto] Resuelve el sistema, si es posible, para $\lambda = 1$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla cada uno de los puntos de la recta $r \equiv \left\{\begin{array}{rcl} x - y & = & 0 \\ y - z & = & 0 \end{array}\right.$ de manera que junto con los puntos $A(1,1,0)$, $B(1,0,1)$ y $C(0,1,1)$ formen un tetraedro de volumen $\dfrac{5}{6}$.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dada la función $f\colon (0, 2\pi) \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \operatorname{sen}(x) + \cos(x)$, calcula sus máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de la gráfica de f (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Sea $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 8 & \text{si} \quad x \leq 4 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si} \quad x > 4 \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Calcula los puntos de corte entre la gráfica de f y la recta $y = 2x - 4$. Esboza el recinto que delimitan la gráfica de f y la recta.

(b) [1 punto] Calcula el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(a) [1,25 puntos] Estudia el rango de A según los valores de m.

(b) [1,25 puntos] Sabiendo que para $m = 1$ el sistema dado por $AX = B$ tiene solución, encuentra k y resuélvelo.

Ejercicio 4.- Considera la recta $r \equiv \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{5}$ y el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 3 = 0$.

(a) [1,25 puntos] Halla la ecuación general del plano perpendicular a π que contiene a r.

(b) [1,25 puntos] Calcula la distancia entre r y π.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera la función f definida por

$$f(x) = \frac{a\,x+b}{c\,x+1} \quad \text{para} \quad cx+1 \neq 0\,.$$

Determina a, b y c sabiendo que la recta $x=-1$ es una asíntota vertical a la gráfica de f y que $y = 2\,x+4$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -4x^2+a$, siendo $a>0$ un número real. Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y=0$. Calcula a sabiendo que el área del recinto es 18.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{ \begin{array}{rcl} mx+(m+1)z & = & m \\ my+z & = & m \\ y+mz & = & m \end{array} \right.$$

(a) [1,75 puntos] Discute el sistema según los valores de m.

(b) [0,75 puntos] Resuélvelo, si es posible, para $m=1$.

Ejercicio 4.- Se consideran los puntos $A(0,-1,3)$, $B(2,3,-1)$ y la recta $r \equiv \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{3}$.

(a) [1,25 puntos] Halla un punto C de r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en A.

(b) [1,25 puntos] Calcula los puntos de r que equidistan de los puntos A y B.
