

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

- a) **(1 punto)** Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix}$, calcule el valor de a para que A^2 sea la matriz nula.
- b) **(2 puntos)** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcule la matriz $(M^{-1} \cdot M^t)^2$.

EJERCICIO 2

Sea la función f definida mediante $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$.

- (0.5 puntos)** Determine los puntos de corte con los ejes.
- (1 punto)** Estudie su curvatura.
- (1 punto)** Determine sus asíntotas.
- (0.5 puntos)** Represente la función.

EJERCICIO 3

Parte I

Laura tiene en su monedero 6 monedas francesas, 2 italianas y 4 españolas. Vicente tiene 9 francesas y 3 italianas. Cada uno saca, al azar, una moneda de su monedero y observa la nacionalidad.

- (0.5 puntos)** Obtenga el espacio muestral asociado al experimento.
- (1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que las monedas extraídas no sean de la misma nacionalidad?
- (0.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna de las monedas extraídas sea francesa?

Parte II

Se desea estimar la proporción de individuos zurdos en una determinada ciudad. Para ello se toma una muestra aleatoria de 300 individuos resultando que 45 de ellos son zurdos.

- (1.5 puntos)** Calcule, usando un nivel de confianza del 97%, el correspondiente intervalo de confianza para la proporción de individuos zurdos de la población.
- (0.5 puntos)** ¿Sería mayor o menor el error de estimación si se usara un nivel de confianza del 95%? Razone la respuesta.

- Instrucciones:
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(3 puntos) Un pastelero dispone de 150 kg de harina, 22 kg de azúcar y 26 kg de mantequilla para hacer dos tipos de tartas, A y B. Para hacer una hornada de tartas del tipo A se necesitan 3 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla, mientras que para hacer una hornada de tartas del tipo B se necesitan 6 kg de harina, 0.5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla. Sabiendo que el beneficio que se obtiene al vender una hornada del tipo A es de 20 € y de 30 € al vender una hornada del tipo B, determine cuántas hornadas de cada tipo debe hacer y vender para maximizar sus beneficios.

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** La gráfica de la derivada de una función f es la recta que pasa por los puntos $(0, -3)$ y $(4, 0)$. Estudie la monotonía de la función f .

b) **(1.5 puntos)** Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$g(x) = (3x + 1)^3 \cdot L(x^2 + 1); \quad h(x) = \frac{e^x}{7x^5 - 4}.$$

EJERCICIO 3

Parte I

De los 150 coches de un concesionario, 90 tienen motor diesel y el resto de gasolina. De los coches con motor diesel, 72 son nuevos y el resto usados; mientras que de los coches con motor de gasolina hay el mismo número de coches nuevos que de usados. Se elige, al azar, un coche de dicho concesionario; calcule la probabilidad de que:

a) **(1 punto)** Sea nuevo.

b) **(1 punto)** Tenga motor diesel, sabiendo que es usado.

Parte II

(2 puntos) Una variable aleatoria sigue una ley Normal con desviación típica 6. ¿De qué tamaño, como mínimo, se debe elegir una muestra que nos permita estimar la media de esa variable con un error máximo de 2 y una confianza del 99%?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1: **3 puntos**

- a) 0.25 por plantear la igualdad, 0.5 por calcular el cuadrado, 0.25 por calcular el valor de a .
- b) 0.75 por la matriz inversa, 0.75 por el producto, 0.50 por el cuadrado.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) 0.25 por cada punto de corte.
- b) Hasta 1 punto.
- c) 0.5 por cada asíntota.
- d) Hasta 0.5 puntos.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) Hasta 0.5 puntos.
- b) Hasta 1 punto.
- c) Hasta 0.5 puntos.

Parte II: **2 puntos**

- a) 0.25 por el cálculo de p , 0.25 por el de z , 0.5 por la expresión del intervalo, 0.5 por el cálculo del intervalo.
- b) Hasta 0.5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1: **3 puntos**

1 punto por el planteamiento, 1.5 por la región factible y los vértices, 0.5 por el máximo.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) Hasta 1.5 puntos.
- b) 0.75 por cada derivada.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

Parte II: **2 puntos**

Hasta 2 puntos.

- Instrucciones:
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

- a) **(1.5 puntos)** Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones dado por:

$$\begin{pmatrix} 1+3x & 2 \\ x & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- b) **(1.5 puntos)** Calcule la matriz inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

EJERCICIO 2

- a) **(1.5 puntos)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{3}{x} \text{ en el punto de abscisa } x = -1.$$

- b) **(1.5 puntos)** Halle los valores de a y b para que la función $g(x) = ax + \frac{b}{x}$ tenga un extremo relativo en el punto $(1, 2)$.

EJERCICIO 3

Parte I

El examen de Matemáticas de un alumno consta de dos ejercicios. La probabilidad de que resuelva el primero es del 30%, la de que resuelva ambos es del 10%, y la de que no resuelva ninguno es del 35%. Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

- a) **(1 punto)** Que el alumno resuelva el segundo ejercicio.
- b) **(1 punto)** Que resuelva el segundo ejercicio, sabiendo que no ha resuelto el primero.

Parte II

La longitud de los cables de los auriculares que fabrica una empresa es una variable aleatoria que sigue una ley Normal con desviación típica 4.5 cm. Para estimar la longitud media se han medido los cables de una muestra aleatoria de 9 auriculares y se han obtenido las siguientes longitudes, en cm:

205, 198, 202, 204, 197, 195, 196, 201, 202.

- a) **(1 punto)** Halle un intervalo de confianza, al 97%, para la longitud media de los cables.
- b) **(1 punto)** Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra de estos auriculares para que el error de estimación de la longitud media sea inferior a 1 cm, con el mismo nivel de confianza del apartado anterior.

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(3 puntos) Un nutricionista informa a un individuo que, en cualquier tratamiento que siga, no debe ingerir diariamente más de 240 mg de hierro ni más de 200 mg de vitamina B. Para ello están disponibles píldoras de dos marcas, P y Q. Cada píldora de la marca P contiene 40 mg de hierro y 10 mg de vitamina B, y cuesta 6 céntimos de euro; cada píldora de la marca Q contiene 10 mg de hierro y 20 mg de vitamina B, y cuesta 8 céntimos de euro.

Entre los distintos tratamientos, ¿cuál sería el de máximo coste diario?

EJERCICIO 2

Dada la función $f(x) = 4 - 3x^2 + x^3$, determine:

- (1.5 puntos)** La monotonía y la curvatura de f .
- (0.5 puntos)** Los puntos donde la función alcanza sus extremos relativos.
- (1 punto)** La ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$.

EJERCICIO 3

Parte I

Se consideran los sucesos A y B .

- (0.75 puntos)** Exprese, utilizando las operaciones con sucesos, los siguientes sucesos:
 - Que no ocurra ninguno de los dos.
 - Que ocurra al menos uno de los dos.
 - Que ocurra B , pero que no ocurra A .
- (1.25 puntos)** Sabiendo que $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.5$ y $P(A/B) = 0.3$, halle $P(A \cup B)$.

Parte II

(2 puntos) Se ha aplicado un medicamento a una muestra de 200 enfermos y se ha observado una respuesta positiva en 140 de ellos. Estímese, mediante un intervalo de confianza del 99%, la proporción de enfermos que responderían positivamente si este medicamento se aplicase a la población de la que se ha extraído la muestra.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1: **3 puntos**

- a) Hasta 0.75 por planteamiento; hasta 0.75 por resolución.
- b) Hasta 1.5 puntos.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) Hasta 0.75 por la función derivada. Hasta 0.75 por la recta tangente.
- b) 0.75 por el planteamiento, 0.75 por el cálculo de a y b .

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

Parte II: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1: **3 puntos**

1 punto por la formulación del problema; 1.5 por la región factible y la obtención de los vértices; 0.5 por la determinación del máximo y el valor de dicho máximo.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) Hasta 1.5 puntos.
- b) Hasta 0.5 puntos.
- c) Hasta 1 punto.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) 0.25 por cada suceso.
- b) Hasta 1.25 puntos.

Parte II: **2 puntos**

Hasta 2 puntos.

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

De las restricciones que deben cumplir las variables x e y en un problema de programación lineal se deduce el siguiente conjunto de inecuaciones:

$$2y - x \leq 8, \quad x + y \geq 13, \quad y + 4x \leq 49, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

- (1.5 puntos)** Represente gráficamente el recinto determinado por estas inecuaciones.
- (1 punto)** Determine los vértices del recinto.
- (0.5 puntos)** Obtenga los valores extremos de la función $F(x, y) = 3x - 4y + 12$ en ese recinto e indique en qué punto o puntos se alcanza cada extremo.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = x^3 - 6x^2$.

- (1 punto)** Determine sus puntos de corte con los ejes.
- (1 punto)** Calcule sus extremos relativos y su punto de inflexión.
- (1 punto)** Represente gráficamente la función.

EJERCICIO 3

Parte I

En un aula de informática hay 20 puestos de ordenador. De ellos, 10 son compartidos y otros 10 son individuales. De los puestos compartidos, hay 3 en los que el ordenador no funciona, de los individuales hay 2 en los que el ordenador no funciona.

- (1 punto)** Seleccionado al azar un puesto en el aula, ¿cuál es la probabilidad de que no funcione el ordenador?
- (1 punto)** Si se elige al azar un puesto en el que funciona el ordenador, ¿cuál es la probabilidad de que sea compartido?

Parte II

El peso, en kg, de los alumnos de primaria de un colegio sigue una distribución Normal de media 28 kg y desviación típica 2.7 kg.

Consideremos muestras aleatorias de 9 alumnos.

- (0.5 puntos)** ¿Qué distribución sigue la media de las muestras?
- (1.5 puntos)** Si elegimos, al azar, una de esas muestras, ¿cuál es la probabilidad de que su media esté comprendida entre 26 y 29 kg?

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(2 puntos)** Halle la matriz X que verifica la ecuación $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot (3 \ 4)$.

b) **(1 punto)** Determine los valores de x e y que cumplen la igualdad

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{si } x \leq 1 \\ ax + b & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

a) **(2 puntos)** Calcule a y b , sabiendo que $f(2) = 7$ y que f es continua en $x = 1$.

b) **(1 punto)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$.

EJERCICIO 3

Parte I

Se dispone de los siguientes datos sobre el equipamiento de los hogares de una ciudad: En el 60% de los hogares se puede ver la TDT (Televisión Digital Terrestre) y el 70% de los hogares dispone de ordenador. De entre los hogares que disponen de ordenador, el 80% puede ver la TDT.

a) **(1 punto)** ¿Son sucesos independientes “disponer de ordenador” y “poder ver la TDT”?

b) **(1 punto)** ¿Qué porcentaje de hogares no disponen de ordenador ni pueden ver la TDT?

Parte II

(2 puntos) En un centro de anillamiento de aves se ha detectado que en una muestra de 250 ejemplares de una especie, 60 son portadoras de una bacteria.

Obtenga un intervalo de confianza, al 97%, para la proporción de aves de esa especie que son portadoras de la bacteria.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1: **3 puntos**

- a) Hasta 1.5 puntos.
- b) Hasta 1 punto.
- c) Hasta 0.5 puntos.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) 0.5 por cada uno.
- b) 0.25 por el máximo, 0.25 por el mínimo y 0.5 por el punto de inflexión.
- c) Hasta 1 punto.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

Parte II: **2 puntos**

- a) Hasta 0.5 puntos.
- b) Hasta 1.5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1: **3 puntos**

- a) 0.5 por el planteamiento, hasta 1.5 por la resolución.
- b) 0.5 por el planteamiento, hasta 0.5 por la resolución.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) 0.5 por cada condición, hasta 1 punto por el cálculo de a y b .
- b) 0.5 por la derivada en el punto, 0.5 por la ecuación.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

Parte II: **2 puntos**

Hasta 0.25 por la proporción, 0.5 por la expresión del intervalo, 0.5 por el valor crítico, 0.75 por el intervalo.

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Un joyero fabrica dos modelos de anillos. El modelo A se hace con 1 gramo de oro y 1.5 gramos de plata. El modelo B lleva 1.5 gramos de oro y 1 gramo de plata. El joyero sólo dispone de 750 gramos de cada metal y piensa fabricar, al menos, 150 anillos del tipo B que ya tiene encargados. Sabiendo que el beneficio de un anillo del tipo A es de 50 € y del tipo B es de 70 €, ¿cuántos anillos ha de fabricar de cada tipo para obtener el beneficio máximo y cuál será éste?

EJERCICIO 2

El beneficio de una empresa, en miles de euros, viene dado por la función

$$B(x) = -3x^2 + 120x + 675, \quad x \geq 0$$

donde x representa el gasto en publicidad, en miles de euros.

- (0.75 puntos)** Calcule el gasto a partir del cual la empresa no obtiene beneficios.
- (0.75 puntos)** Calcule el valor de x que produce máximo beneficio. ¿Cuánto es ese beneficio?
- (0.75 puntos)** Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento del beneficio de la empresa.
- (0.75 puntos)** Represente gráficamente la función B .

EJERCICIO 3

Parte I

En una población, donde el 45% son hombres y el resto mujeres, se sabe que el 10% de los hombres y el 8% de las mujeres son inmigrantes.

- (1 punto)** ¿Qué porcentaje de inmigrantes hay en esta población?
- (1 punto)** Si se elige, al azar, un inmigrante de esta población, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?

Parte II

(2 puntos) Tomada al azar una muestra de 90 alumnos de un Instituto se encontró que un tercio habla inglés.

Halle, con un nivel de confianza del 97%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de alumnos de ese Instituto que habla inglés.

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1 punto)** Dadas las matrices $F = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$, calcule los productos

$C \cdot F$ y $F \cdot C$.

b) **(2 puntos)** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, calcule la matriz X que verifique la ecuación $X \cdot A^{-1} - B = C$.

EJERCICIO 2

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

- (0.75 puntos)** $f(x) = (x^3 + 1) \cdot e^{7x}$.
- (0.75 puntos)** $g(x) = 3^x \cdot L(x)$.
- (0.75 puntos)** $h(x) = (x^2 + 1) \cdot (x^5 - 6x)^6$.
- (0.75 puntos)** $i(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2 - 2}$.

EJERCICIO 3

Parte I

Una caja contiene 12 bombillas, de las cuales 4 están fundidas. Se eligen, al azar y sin reemplazamiento, tres bombillas de esa caja.

- (1 punto)** Calcule la probabilidad de que ninguna de las tres bombillas esté fundida.
- (1 punto)** Calcule la probabilidad de que las tres bombillas estén fundidas.

Parte II

El tiempo de utilización diaria de ordenador entre los empleados de una empresa sigue una distribución Normal de media μ y desviación típica 1.2 horas.

- (1.25 puntos)** Una muestra aleatoria de 40 empleados tiene una media del tiempo de utilización de 2.85 horas diarias. Determine un intervalo de confianza, al 96%, para la media del tiempo de utilización diaria de ordenador.
- (0.75 puntos)** Calcule el tamaño mínimo que debería tener una muestra para estimar la media del tiempo de utilización diaria del ordenador con un error no superior a 0.75 horas y el mismo nivel de confianza del apartado anterior.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1: **3 puntos**

Hasta 1 punto por el planteamiento, hasta 1 por el recinto, hasta 0.5 por los vértices y hasta 0.5 por el máximo.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) Hasta 0.75 puntos.
- b) Hasta 0.75 puntos.
- c) Hasta 0.75 puntos.
- d) Hasta 0.75 puntos.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

Parte II: **2 puntos**

Hasta 2 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1: **3 puntos**

- a) 0.5 por cada uno de los productos.
- b) Hasta 2 puntos.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) Hasta 0.75 puntos.
- c) Hasta 0.75 puntos.
- c) Hasta 0.75 puntos.
- d) Hasta 0.75 puntos.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

Parte II: **2 puntos**

- a) Hasta 1.25 puntos.
- b) Hasta 0.75 puntos.

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$.

- (1.5 puntos) Calcule los valores de a y b para que $A \cdot B = B \cdot A$.
- (1.5 puntos) Para $a = 1$ y $b = 0$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot B - A = I_2$.

EJERCICIO 2

Sea la función definida de la forma $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x-1} & \text{si } x < 2 \\ 2x^2 - 10x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$.

- (0.5 puntos) Halle el dominio de f .
- (1.25 puntos) Estudie la derivabilidad de f en $x = 2$.
- (1.25 puntos) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3

Parte I

- (1 punto) Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(A)=0.5$, que $P(B)=0.4$ y que $P(A \cup B) = 0.8$, determine $P(A/B)$.
- (1 punto) Sean C y D dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(C) = 0.3$, que $P(D) = 0.8$ y que C y D son independientes, determine $P(C \cup D)$.

Parte II

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media μ días y desviación típica 3 días.

- (1 punto) Determine un intervalo de confianza para estimar μ , a un nivel del 97 %, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.
- (1 punto) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error máximo de 1 día y un nivel de confianza del 92%?

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones:

$$2x + y \leq 6; \quad 4x + y \leq 10; \quad -x + y \leq 3; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0$$

y determine sus vértices.

b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función $f(x, y) = 4x + 2y - 3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

EJERCICIO 2

Sea la función f definida mediante $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } x < 1 \\ L(x) & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Determine a y b sabiendo que f es continua y tiene un mínimo en $x = -1$.

b) **(1.5 puntos)** Para $a = -1$ y $b = 1$, estudie la derivabilidad de f en $x = -1$ y en $x = 1$.

EJERCICIO 3

Parte I

Se sabe que el 30% de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un individuo, elegido al azar, tenga empleo.

b) **(1 punto)** Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

Parte II

Sea la población $\{1, 2, 3, 4\}$.

a) **(1 punto)** Construya todas las muestras posibles de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple.

b) **(1 punto)** Calcule la varianza de las medias muestrales.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1: **3 puntos**

- a) 0.5 por cada producto, 0.5 por la igualdad y obtención de a y b .
- b) Hasta 1.5 puntos.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) Hasta 0.5 puntos.
- b) Hasta 1.25 puntos.
- c) Hasta 1.25 puntos.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) 0.25 por la probabilidad de la intersección, 0.75 por el resto.
- b) 0.25 por la probabilidad de la intersección, 0.75 por el resto.

Parte II: **2 puntos**

- a) Hasta 0.25 puntos por el planteamiento. Hasta 0.75 puntos por la resolución.
- b) Hasta 0.25 puntos por el planteamiento. Hasta 0.75 puntos por la resolución.

OPCIÓN B

Ejercicio 1: **3 puntos**

- a) Hasta 1 punto por la región, hasta 1 punto por los vértices.
- b) 0.25 por valorar los vértices. 0.75 por expresar que la solución es el segmento.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) 0.5 por la condición de continuidad, 0.5 por la condición de mínimo, 0.5 por la obtención de a y b .
- b) 0.75 por la derivabilidad en cada punto.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

Parte II: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

- Instrucciones:
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Una empresa produce botellas de leche entera y de leche desnatada y tiene una capacidad de producción máxima de 6000 botellas al día. Las condiciones de la empresa obligan a que la producción de botellas de leche desnatada sea, al menos, la quinta parte de las de leche entera y, como máximo, el triple de la misma. El beneficio de la empresa por botella de leche entera es de 20 céntimos y por botella de leche desnatada es de 32 céntimos. Suponiendo que se vende toda la producción, determine la cantidad de botellas de cada tipo que proporciona un beneficio máximo y el importe de este beneficio.

EJERCICIO 2

Sea la función definida de la forma $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$.

- a) **(1 punto)** ¿Es f continua en $x = 0$? ¿Es continua en su dominio?
- b) **(1 punto)** ¿Es f derivable en $x = 0$? ¿Es derivable en su dominio?
- c) **(1 punto)** Estudie la monotonía de f .

EJERCICIO 3

Parte I

(2 puntos) Ana y Blas deciden jugar con un dado de la siguiente forma:

“Ana lanza el dado y, si saca un 6, gana y se acaba el juego. En caso contrario lanza Blas, que gana si saca un 2 o un 3, y también se acaba el juego. De no ocurrir esto, la partida se acaba sin ganador.

Halle la probabilidad de los siguientes sucesos: “gana Ana”, “gana Blas”, “ninguno gana”.

Parte II

(2 puntos) En una muestra representativa de 1200 residentes de una ciudad, 450 utilizan habitualmente el transporte público. Obtenga el intervalo de confianza, al 90%, de la proporción de residentes en la ciudad que utilizan habitualmente el transporte público.

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean A y B las matrices siguientes: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

- (1 punto)** Calcule $(A + B) \cdot (A - B)$.
- (2 puntos)** Determine la matriz X , cuadrada de orden 2, en la ecuación matricial $(A + 2B) \cdot X = 3I_2$.

EJERCICIO 2

- (1.5 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \frac{2}{x}$ en el punto de abscisa 1.
- (1.5 puntos)** Sea la función $g(x) = x^3 + ax^2 + b$. Calcule a y b sabiendo que su gráfica presenta un punto de inflexión en el punto $(2, 5)$.

EJERCICIO 3

Parte I

En una industria de calzado se producen botas y sandalias. De cada 12 pares producidos, 7 pares son botas y 5 de sandalias. La probabilidad de que un par de botas sea defectuoso es 0.08 y de que lo sea un par de sandalias es 0.03. Se escoge al azar un par y resulta ser “no defectuoso”.

- (1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que se haya escogido un par de botas?
- (1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que se haya escogido un par de sandalias?

Parte II

El consumo, en gramos, de un cierto producto sigue una ley Normal con varianza 225 g^2 .

- (1 punto)** A partir de una muestra de tamaño 25 se ha obtenido una media muestral igual a 175 g. Halle un intervalo de confianza, al 90%, para la media del consumo.
- (1 punto)** ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que el correspondiente intervalo de confianza, al 95%, tenga una amplitud máxima de 5?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1: **3 puntos**

Hasta 1 punto por el planteamiento. Hasta 1.5 por el recinto y los vértices. Hasta 0.5 por la solución.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) Hasta 0.5 por la continuidad en $x=0$. Hasta 0.5 por la continuidad en su dominio.
- b) Hasta 0.5 por la derivabilidad en $x=0$. Hasta 0.5 por la derivabilidad en su dominio.
- c) Hasta 1 punto.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

0.75 por la probabilidad de que gane Ana, 0.75 por la de que gane Blas y 0.5 por la de que no gane ninguno.

Parte II: **2 puntos**

0.5 por la formulación, 1.5 por la aplicación.

OPCIÓN B

Ejercicio 1: **3 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 2 puntos.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) 0.5 por la pendiente, 1 punto por la ecuación de la recta tangente.
- b) 0.5 por cada ecuación, 0.5 por la resolución del sistema.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

Parte II: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.